



Patrik Nybergh

Betoniterästen mitoittaminen elementtimenetelmän avulla

Diplomityö, joka on jätetty tarkastettavaksi
diplomi-insinöörin tutkintoa varten

Helsingissä, 17.04.2017

Valvoja: apulaisprofessori Jarkko Niiranen

Ohjaaja: DI Jari Toijonen

Tekijä Patrik Nybergh

Työn nimi Betoniterästen mitoittaminen elementtimenetelmän avulla

Koulutusohjelma Rakenne- ja rakennustuotantotekniikka

Pääaine Rakennetekniikka

Professuurikoodi R3001

Työn valvoja apulaisprofessori Jarkko Niiranen

Työn ohjaaja DI Jari Toijonen, DI Tapio Raunama

Päivämäärä 17.04.2017

Sivumäärä 80

Kieli Suomi

Tiivistelmä

Tämän diplomityön tavoitteena on selvittää, miten FEM-laskentaohjelmia voidaan hyödyntää rakenteiden raudoituksen mitoituksessa.

Diplomityössä tutustuttiin kirjallisuustutkimuksella elementtimenetelmän yleiseen teoriaan. Tämän jälkeen kirjallisuustutkimusta jatkettiin FEM-ohjelmien käytön erityispiirteillä. Yleisimpien rakenneosien raudoituksen mitoitus on esitetty Eurokoodien määrittämällä tavalla. Lopuksi työssä on esimerkkilaskelma, jossa palkin, pilarin, laatan ja anturan pääraudoitukset on mitoitettu. Esimerkkilaskenta yksinkertaistettiin todellisesta teräsbetonirakenteesta. Esimerkkikohteen mallinnus aloitettiin lisäämällä ohjelmaan viitekuva, jonka perusteella kohde on mallinnettu. Rakenneosien rasitukset on mitoitettu FEM-ohjelmalla. Rasitusten perusteella rakenneosien raudoitus on mitoitettu laskentapohjia käyttämällä.

Diplomityön tuloksena esitetään yhteenveto raudoituksen FEM-mitoituksesta. Tässä työssä on ainoastaan käsitelty teräsbetonirakenteita ja niiden raudoitusta. Diplomityön jatkotutkimukseksi on esitetty FEM-ohjelmien soveltuvuus muuhun kuin teräsbetonirakenteiden raudoituksen mitoitukseen. Lisäksi jatkotutkimukseksi on esitetty FEM-laskentaohjelmien sisäänrakennettuja automaattisia raudoitustyökaluja, työkalut on tästä työstä rajattu pois, mutta ne ovat osa suunnittelutaitoa ja ovat sen vuoksi osa diplomityön jatkotutkimusta.

Avainsanat Elementtimenetelmä, FEM, raudoitus

Author Patrik Nybergh		
Title of thesis Designing concrete reinforcement using the finite element method		
Degree programme Department of Civil Engineering		
Major Structural engineering	Code of professorship R3001	
Thesis supervisor apulaisprofessori Jarkko Niiranen		
Thesis advisor DI Jari Toijonen, DI Tapio Raunama		
Date 17.04.2017	Number of pages 80	Language Finnish

Abstract

The goal of this master's thesis is to find out how FEM calculation software can be used to calculate the needed reinforcement in concrete structures.

The thesis process begins with an overview of literature on the finite element method. After this the overview of literature has been continued with literature on the use of FEM-software. The dimensioning of the most common concrete structures according to the Eurocodes have been presented. Lastly an example of the dimensioning of a building concrete reinforcement has been presented. The example calculation is started by including a reference picture of the destination from which the model is modeled. The concrete structures loads are calculated by using the FEM-program. The reinforcement is calculated for the applied loads.

The result of the master's thesis is a summary of reinforcement dimensioning using FEM-software. This thesis only deals with concrete structures and its reinforcement. As the subject of further research the use of FEM-software for dimensioning of other materials is presented. Furthermore, this thesis does not deal with tools for automated reinforcement in the FEM-software. Therefore they are also presented as further research.

Keywords FEM, Finite element method, reinforcement

Alkusanat

Viime keväänä kyselin mahdollisuudesta tehdä diplomityö Sweco Rakennetekniikalle. Tämä sai myönteisen vastaanoton ja sain diplomityön aiheen työni ohjaajalta Sweco Rakennetekniikan Tapio Raunamalta. Diplomityön tulisi kehittää osaston sisäistä osaamista. Diplomityön aihe tuntui sekä kiinnostavalta, että haasteelliselta, koska olen kiinnostunut rakennetekniikan mallintamisesta ja ohjelmistojen hyödyntämisestä. Haluankin kiittää Sweco Rakennetekniikkaa ja ohjaajiani Jari Toijosta ja Tapio Raunamaata diplomityön aiheesta sekä sen ohjauksesta.

Kiitos kuuluu myös työn valvojalle apulaisprofessori Jarkko Niiraselle. Kiitos myös opiskelukavereilleni, joiden kanssa olen onnistunut läpäisemään Aalto-yliopiston rakennus- ja rakennustuotantotekniikan koulutusohjelman.

Ett stort tack vill jag rikta åt min mor som fungerat som språkhjälp under hela arbetet. Jag vill också tacka hela min familj som hjälpt och orkat med mig under hela min studietid.

Helsinki 17.04.2017

Patrik Nybergh

Sisällysluettelo

Symboli- ja lyhenneluettelo	3
Johdanto	6
1.1 Tutkimuksen tausta ja tutkimusongelma	6
1.2 Tutkimuksen tavoite ja rajaus	6
2 Elementtimenetelmä	7
2.1 Teoria	7
2.1.1 Ekvivalentit solmukuormitukset	9
2.2 Yksiulotteiset elementit	9
2.2.1 Sauvaelementit	10
2.3 2D Palkki	12
2.3.1 3D Palkki	13
2.4 Kaksiulotteiset elementit	13
2.4.1 2D laatta	13
2.4.2 Levy	14
2.4.3 3D kuori	16
2.4.1 Tuet	16
3 FEM-laskentaohjelmat	18
3.1 FEM-laskentaohjelmien käyttö rakennesuunnittelussa	18
3.2 Mallin luominen	20
3.3 Dimensioireduktio	21
3.3.1 Geometriset symmetrisyydet	21
3.3.2 Elementtityypit ja käyttäytyminen	22
3.4 Työkalut	24
3.4.1 Elementtiverkon generoiminen	25
3.5 Tulosten tulkinta	26
4 Raudoituksen mitoittaminen	28
4.1 Raudoituksen määrittäminen	28
4.2 Minimiraudoituksen periaate taivutetuissa rakenteissa	29
4.3 Ankkurointimitoitus	30
4.4 Vaarnatappi	35
4.5 Leikkaus kahden betoniliittymäpinnan välillä	37
4.6 Palkki	38
4.6.1 Palkin taivutusraudoitus	39

4.6.2	Palkin leikkausraudoitus	41
4.6.3	Palkkien käyttörajoitilamitoitus	43
4.7	Laatta	44
4.7.1	Yhteen suuntaan kantavan laatan taivutusmitoitus	44
4.7.2	Laatan lävistysmitoitus	46
4.8	Pilari.....	52
4.8.1	Pilarin pääraudoitus	54
4.8.2	Pilarin hakaraudoitus	55
4.8.3	Laajenemista estävästi raudoitettu betoni	56
4.9	Pilariantura.....	58
4.9.1	Raudoitettu pilariantura	58
4.9.2	Paikallinen puristus	58
4.9.3	Kalliovarainen pilariantura	59
4.10	Virhearviointi.....	60
5	Esimerkkilaskelma.....	62
5.1	Yleistä	62
5.2	Kuormien mitoitus	62
5.2.1	Varasto	62
5.2.2	Logistiikkakeskus	68
5.3	Raudoitusten mitoitus	70
5.3.1	Palkin Taivutusraudoitus	70
5.3.2	Palkin leikkausraudoitus	71
5.3.3	Laatan taivutusraudoitus	73
5.3.4	Laatan lävistys	75
5.3.5	Pilari.....	76
5.3.6	Anturan lävistysmitoitus	77
6	Yhteenveto	78
7	Lähteet	80

Symboli- ja lyhenneluettelo

A	$[\text{m}^2]$	pinta-ala
A_s	$[\text{m}^2]$	Raudituksen poikkileikkausala
$A_{s,min}$	$[\text{m}^2]$	Vähimmäisraudoituksen poikkileikkausala
A_{sw}	$[\text{m}^2]$	Leikkausraudoituksen poikkileikkausala
$[D]$		jäykkyysmatriisi
E	$[\text{N}/\text{m}^2]$	kimmokerroin
$\{F\}$		solmukuormitusvektori
G	$[\text{N}/\text{m}^2]$	liukukerroin
H	$[\text{m}]$	korkeus
I	$[\text{m}^4]$	jäyhyysmomentti
$[K]$		elementtiverkon jäykkyysmatriisi
M	$[\text{Nm}]$	taivutusmomentti pystyrakenteiden juuressa
N	$[\text{N}]$	normaalivoima
$\{R\}$		kokonaiskuormitusvektori
$\{U\}$		elementtiverkon solmusiirtymävektori
V		leikkausvoima
V_{Ed}	$[\text{N}]$	leikkausvoiman mitoitusarvo
b	$[\text{m}]$	poikkileikkauksen leveys
d	$[\text{m}]$	halkaisija; korkeus

d	[m]	poikkileikkauksen tehollinen korkeus
f_c	[N/m ²]	betonin puristuslujuus
f_{cd}	[N/m ²]	Betonin puristuslujuuden mitoitusarvo
f_{ctk}	[N/m ²]	Betonin vetolujuuden ominaisarvo
f_{ctm}	[N/m ²]	betonin keskimääräinen vetolujuus
$\{f\}$		elementin solmuvoimavektori
$[k]$		elementin jäykkyysmatriisi
n	[kpl]	tankonipun terästankojen kappalemäärä
$\{r\}$		elementin ekvivalentti solmukuormitusvektori
$\{u\}$		elementin solmusiirtymävektori
f_y	[N/m ²]	betoniteräksen myötölujuus
f_{yd}	[N/m ²]	betoniteräksen myötölujuuden mitoitusarvo
h	[m]	korkeus
h	[m]	poikkileikkauksen kokonaiskorkeus
α		kulma; suhde
β		kerroin
γ		osavarmuusluku
ε		muodonmuutos
θ		kulma
φ		kiertymä

σ	[N/m ²]	puristusjännitys
τ	[N/m ²]	leikkausjännitys
φ	[m]	betoniterästangon tai jänneteräksen suojaputken halkaisija

1 Johdanto

1.1 Tutkimuksen tausta ja tutkimusongelma

Mitä monimutkaisempi rakennemalli sitä vaikeampaa se on ratkaista analyyttisesti. Ongelmaa on usein melkein mahdotonta ratkaista analyyttisillä menetelmillä. Tarkemman ratkaisun löytämiseksi voidaan käyttää numeerisia menetelmiä. Yleinen käytetty menetelmä rakennesuunnittelussa on elementtimenetelmä (engl. Finite Element Method, FEM). Ratkaisun löytäminen on usein hyvin työläistä, joten avuksi käytetään tietokoneita. FEM-laskentaohjelmat ovat tietokoneohjelmia, jotka laskevat rakenteita elementtimenetelmällä.

Teräsbetonirakenteiden mitoituksessa oleellinen osa on raudoitusten määrittäminen. Teräsbetoni on epähomogeeninen sekä anistrooppinen aine. Useimmat FEM-laskentaohjelmat käsittelevät teräsbetonia homogeenisenä sekä isotooppisena aineena. Ohjelman antamat tulokset on siis tulkittava, jotta raudoitus voidaan määrittää.

Vaikka tietokoneohjelmat helpottavat suunnittelijan työtä, ne eivät ole ongelmattomia. Mikäli käyttäjä ei tiedä, miten ohjelma muodosti ratkaisun, on käyttäjän myös mahdotonta arvioida sen oikeellisuutta. Käyttäjän on myös osattava käyttää ohjelmien tarjoamia työkaluja. Kokematon käyttäjä saattaa mallintaa liian epätarkan rakennemallin, joka voi johtaa suunnitteluvirheisiin.

1.2 Tutkimuksen tavoite ja rajaus

Tämän diplomityön tavoite on antaa kuva rakenteen raudoituksen mitoitusprosessista käyttäen FEM-laskentaohjelmia. Työn tulee esittää elementtimenetelmän perusteet, jotta FEM-ohjelmissa käytävää menetelmää tulisi tutuksi. FEM-laskentaohjelmien yleinen käyttö tulee esittää. Rakennneosien raudoitus esitetään Eurokoodien ohjeiden mukaan. Lisäksi työssä on esimerkkilaskenta rakenteiden yleisimpien rakennneosien mitoituksesta.

Työ käsittelee ainoastaan teräsbetonirakenteita ja rakenteiden yleisimpiä rakenneosia. Tutkimuksen elementtimenetelmäosiossa esitetään ainoastaan yksi- ja kaksiulotteisia elementtejä. Betonirakenteiden materiaali- ja geometriaepälineaarisuudet on rajattu pois. Työssä ei myöskään käsitellä betonin kutistuman tai halkeilun huomiointia.

2 Elementtimenetelmä

2.1 Teoria

Elementtimenetelmä (engl. Finite Element Method, FEM) on numeerinen menetelmä kenttäongelmien ratkaisemiseen. Kenttäongelmat edellyttävät, että ratkaistaan avaruudellista jakaumaa yhdelle tai useammalle riippuvaiselle muuttujalle. Rakennetekniikassa tämä yleensä edellyttää siirtymiä ja jännityksiä.

Elementit voidaan ajatella pieninä osina rakenteesta. Kuten englanninkielisestä nimestä ”Finite element” voidaan päätellä, ovat elementtien määrä ja koko äärellisiä. Elementtikehissä elementtien välisille riippuvuuksille sallitaan ainoastaan yksinkertaiset riippuvuudet, yleensä polynomi termeihin x^2 , xy ja y^2 asti. Todellisuudessa variaatio alueessa, jota kuvataan elementeillä, on melkein aina monimutkaisempi, näin olleen elementtimenetelmällä saadaan approksimatiivisia ratkaisuja. Pisteitä, jossa elementit kohtaavat, kutsutaan solmupisteiksi. Tapaa, millä elementit on järjestetty, kutsutaan elementtirakenteeksi. Yksityiskohtainen tapa, kuinka elementit ovat järjestetty, kutsutaan elementtiverkoksi. Numeerisesti elementtimenetelmän verkko on kuvattu yhtälöillä, joista solmupisteiden siirtymä voidaan ratkaista. Solmupisteiden muuttujat riippuvat elementistä ja ovat osa kentän suureista. Solmupisteiden ratkaisut määräävät rakenteen avaruudellisen jakauman kyseessä olevassa elementissä. Näin olleen kenttäsuuruudet koko rakenteen yli on approksimaatio rakenteelle elementeittäin.

FEM analyysi on simulaatio eikä todellisuutta. Elementtimenetelmää sovelletaan fysikaalimatemaattiseen malliin. Malli on idealisointi jossa geometria, materiaaliominaisuudet, kuormat ja reunaehdot ovat yksinkertaistuksia tekijän ymmärryksestä ongelmasta. Hyvin tarkka mallikin voi poiketa todellisuudesta, jos matemaattinen malli on puutteellinen. Materiaalin voidaan olettaa olevan homogeenistä, isotrooppista ja lineaarisesti kimmoista. Pieneen alueeseen kohdistuvat kuormat voidaan olettaa kohdistuvan pisteeseen, mikä on fyysisesti mahdotonta. Tukien oletetaan usein olevan täysin jäykkiä tai niveliä, vaikka mikään tuki ei ole täysin joustamaton tai jäykistämätön. Mallintamiseen liittyvät valinnat vaikuttavat analyysistä saatuihin tuloksiin.

Matemaattinen malli diskretisoidaan jakamalla se elementeistä koostuvaan verkkoon. Näin täysin jatkuva kenttä esitetään äärellisillä solmukohtien suureilla ja interpoloinnilla

elementeissä. Tämä diskretisointi lisää virhemahdollisuuksia. Siinä missä mallintamiseen liittyvät virheet voidaan korjata parantamalla mallia, diskretisointiin liittyvät virheet voidaan korjata parantamalla verkkoa. (Cook ym., 2002, s. 1-5)

Kun matemaattinen malli on diskretisoitu, lasketaan hallitsevat yhtälöt jokaiselle elementille ja kootaan yhtälöryhmään. Elementtien yhtälöt voidaan löytää eri tavoin mutta tietyllä elementillä tietylle ongelmalle (esimerkiksi jännitys) on muuttumaton muoto. Kun yhtälön yleinen muoto on johdettu, on jokaisen elementin yhtälön laskeminen suoraviivaista. Yksittäisten elementtien yhtälöt kootaan niin että yhtälöryhmä kuvaa koko kappaleen käyttäytymistä. Elementtimenetelmän yhtälö on yleensä muotoa:

$$[k]\{U\} = \{F\} \quad (1)$$

Missä $[k]$ on neliömuotoinen matriisi, jota kutsutaan jäykistysmatriisiksi

$\{U\}$ on tuntemattomien solmupistearvojen vektori

$\{F\}$ on vaikuttavien solmupistekuormien vektori

Yhtälö on samaa muotoa kuin yksinkertainen jousiyhtälö, jossa jousen jäykkyys on k , se kuvaa siirtymän U aiheuttaman jousikuorman F . Rakennesuunnittelussa halutaan yleensä selvittää kuorman F aiheuttama siirtymä U . Silloin on suhde vastakkainen

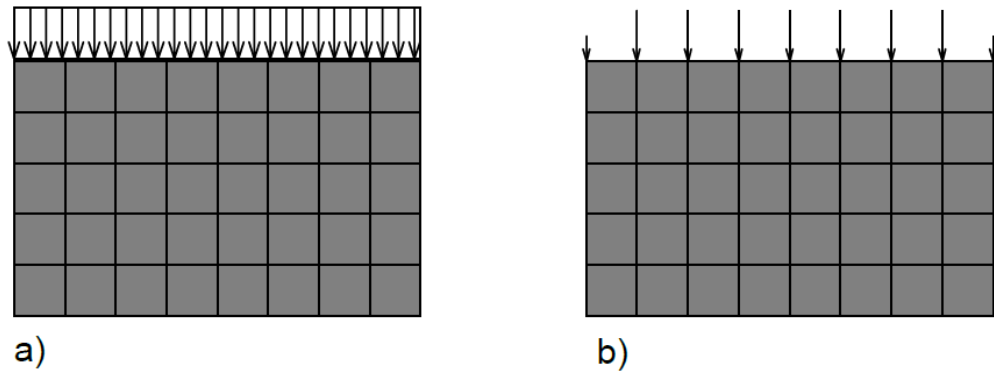
$$\{U\} = [k]^{-1}\{F\} \quad (2)$$

(Fagan, 1992, s. 5-6)

Rakennesuunnittelussa rakenneosien mitoitus tehdään siihen kohdistuvan kuormituksen mukaan. Elementtimenetelmä ei suoraan anna rakenneosaan tulevia kuormituksia. Elementtimenetelmän ratkaisuna saadaan siirtymä. Siirtymistä ratkaistaan venymät. Venymistä ratkaistaan jännitykset ja voimasuureet Hooken lailla. Sekundäärisuuruudet saadaan siirtymäkentän derivaatoista.

2.1.1 Ekvivalentit solmukuormitukset

FEM-ohjelmat huomioivat kuormien tekemän työn. Kuormat vaikuttavat aina solmupisteissä, FEM-ohjelma jakaa tasaisesti jakaantuneen kuorman automaattisesti alueen solmupisteille. Kuormitustavat, jotka aiheuttavat yhtä suuren työn, samassa siirtymässä, ovat FEM-ohjelmissa samat. Kuinka paljon kuorma vaikuttaa ekvivalenttiin solmukuormitukseen, riippuu solmupisteen siirtymästä kuormapisteessä.



Kuva 1 a) Rakennemalliin kohdistuva todellinen kuormitusjakautuma. b) Elementtimenetelmässä käytetty ekvivalenttinen solmukuormitus

Koska kuorma jakaantuu ekvivalentteihin solmukuormiin voivat useat kuormitustapaukset aiheuttaa saman työn elementtimenetelmään, ja antaa saman tuloksen. Solmukuorma edustaa kokonaista luokkaa kuormia. Ekvivalentin solmukuorman edustava luokka koostuu jokaisesta kuormitustavasta, joka vaikuttaa tehtyyn työhön. (Hartman & Katz, 2007, s. 42-44)

2.2 Yksiulotteiset elementit

Yksiulotteisiin elementteihin kuuluu aksiaalisesti kuormitetut sauvat, sivusta kuormitetut palkit, lämpökuormitettu sauva, ja niin edelleen. Jatkuva palkki, jossa on kaksi tai useampi tuki, voidaan mallintaa yhdellä elementillä jokaiselle tukien väliselle jännevälille. Kun yksiulotteisia elementtejä käytetään staattiseen analyysiin, on diskretisointi triviaali. Silloin rakenteen jännitysten ratkaisemisessa voidaan nimeä matriisimenetelmä käyttää elementtimenetelmän sijaan. Palkki- ja sauvaelementtejä on tarjolla FEM-analyysiohjelmistoissa ja niitä käytetään usein muiden elementtityyppien yhteydessä.

Elementtiin kuuluu ominaisuusmatriisi, joka kuvaa elementin ominaisuudet kuormituksen alaisena. Kuormitus-muodonmuutosanalyysissä ominaisuusmatriisia kutsutaan jäykkyysmatriisiksi. Yksiulotteiset elementit ovat usein riittävän yksinkertaisia, jotta niiden jäykkyysmatriisi voidaan muodostaa suoraan eli mekaanisella päättelyllä. Yksiulotteiset elementit sisältävät usein täsmällisen kenttäsuureen variaation. Esimerkiksi tavallinen matemaattinen malli, poikittain pistekuormilla kuormitetulle palkille, ilmaistaan kuutiollisella variaatiolla siirtymille kuormituspisteiden välillä. Palkkielementit perustuvat kolmannen asteen kenttään. Joten palkkielementeistä rakennettu malli, jossa solmupisteet ovat kuormituspisteissä, antaa ratkaisun, joka on täysin yhdenmukainen matemaattisen mallin tarkan ratkaisun kanssa.

Elementtien määrästä riippumatta laskennallinen menettely ajasta riippumattomalle elementtimenetelmäänalyysille on:

1. Luo matriisi, joka kuvaa elementin käyttäytymisen
2. Yhdistä elementit toisiinsa, mikä tarkoittaa elementtimatriisin kokoamista systeemimatriisiin löytämiseksi
3. Lisätään solmupisteisiin kuormat
4. Annetaan solmupisteille reunaehdot
5. Ratkaistaan yhtälöryhmä solmupisteiden arvoille.
6. Ratkaistaan jännitykset

(Cook ym. 2002, s19-20)

2.2.1 Sauvaelementit

Kuvitellaan yhtenäinen prismaattinen elastinen sauva, jonka kimmokerroin on E ja pituus L . Yleensä sauvaelementit kuvataan viivana, mutta elementillä on poikkipinta A . Solmupisteet sijaitsevat sauvan molemmissa päissä. Sallitaan sauvapäiden siirtymä ainoastaan aksiaalisuunnassa. Sisäiset jännitykset voidaan yhdistää solmuvoimiin F_1 ja F_2 . Sisäiset jännitykset ovat yhteydessä kimmomoduuliin ja venymään.

$$F_1 = AE * \varepsilon \quad (3)$$

$$\varepsilon = u_2 - u_1 \quad (4)$$

Tai

$$\frac{\Delta L}{L} = \varepsilon \quad (5)$$

Sauvan normaalivoima on yhtä suuri, kuin ulkoinen kuorma F

$$F_1 = N \quad (6)$$

$$N = AE * \varepsilon \quad (7)$$

jossa E on kimmomoduuli Hooken laista

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon} \quad (8)$$

Näin saadaan sauvan yhtälöiksi

$$\frac{AE}{L}(u_1 - u_2) = F_1 \quad (9)$$

$$\frac{AE}{L}(u_2 - u_1) = F_2 \quad (10)$$

Tai

$$\begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{Bmatrix} \quad (11)$$

missä

$$k = \frac{AE}{L} \quad (12)$$

Yhtälö on muotoa

$$[K]\{d\} = -\{r\} \quad (13)$$

Missä [k] on elementin jäykkyyismatriisi

{r} on kuormitusvektori

{d} on elementin siirtymävektori

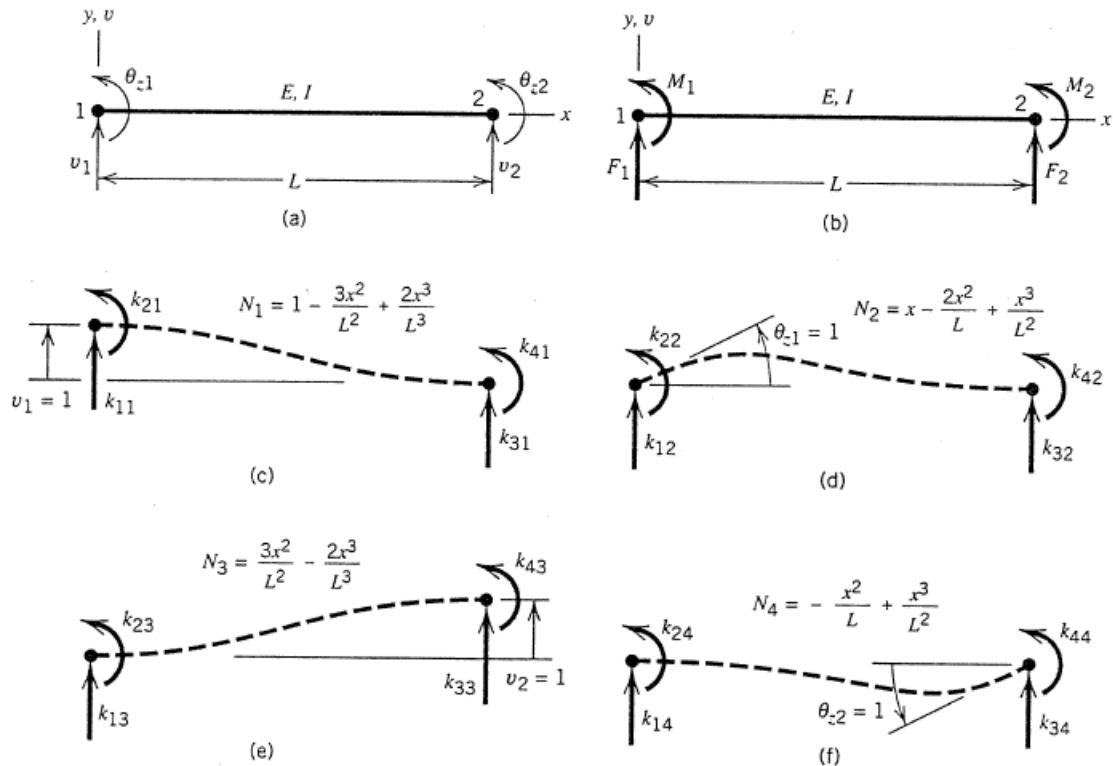
(Cook ym., 2002, s. 20-24)

2.3 2D Palkki

2D palkkielementillä on solmupisteet molemmissa päissä. Molemmilla solmupisteillä on kaksi siirtymävapautta, taipuma ja kiertymä. Sallitaan aluksi muodonmuutokselle ainoastaan taipuma. Oletetaan että leikkausjännitykset voidaan jättää huomioimatta. Tämä vastaa yleisesti palkille käytettyä Euler-Bernoulli palkkiteoriaa.

Kun aksiaalinen muodonmuutos jätetään huomioimatta, on 2D palkin elementin jäykkymatriisi muodoltaan 4×4 .

$$k = \begin{bmatrix} \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & \frac{-12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & \frac{-6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \\ \frac{-12EI}{L^3} & \frac{-6EI}{L^2} & \frac{12EI}{L^3} & \frac{-6EI}{L^2} \\ \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & \frac{-6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix}$$



Kuva 2 Palkkielementin solmujen jäykkyyssarvot. (Cook ym., 2002, s. 25)

Jotta palkki saadaan venymään, taipuman ja kiertymän ohella, lisätään siirtymät u_1 ja u_2 ja jäykkyysmatriisi kasvaa 6×6 kokoiseksi.

$$k = \begin{bmatrix} X & 0 & 0 & -X & 0 & 0 \\ 0 & Y_1 & Y_2 & 0 & -Y_1 & Y_2 \\ 0 & Y_2 & Y_3 & 0 & -Y_2 & Y_4 \\ -X & 0 & 0 & X & 0 & 0 \\ 0 & -Y_1 & -Y_2 & 0 & Y_1 & -Y_2 \\ 0 & Y_2 & Y_4 & 0 & -Y_2 & Y_3 \end{bmatrix} \quad (15)$$

Missä

$$X = \frac{AE}{L} \quad Y_1 = \frac{12EI}{L^3} \quad Y_2 = \frac{6EI}{L^2} \quad Y_3 = \frac{4EI}{L} \quad Y_4 = \frac{2EI}{L} \quad (16)$$

(Cook ym., 2002, s. 24-27)

2.3.1 3D Palkki

Sallitaan kuusi vapausastetta jokaiselle solmupisteelle, kolme siirtymää ja kolme kiertymää. 2d:sta siirryttäessä 3d:hen lisätään palkin vapausasteisiin sivusiirtymä w , sivukiertymä θ_y ja akselin vääntö θ_x . Näin jäykkyysmatriisi hyvin kasvaa suureksi.

(Cook ym., 2002, s. 27-28)

2.4 Kaksiulotteiset elementit

Kaksiulotteiset elementit koostuvat kolmesta tai neljästä solmupisteestä. Elementtien solmupisteet sijaitsevat elementin nurkissa. Kaksiulotteisilla elementeillä on mahdollista mallintaa oleellisesti kaksiulotteisia ohuita rakenteita. Näitä rakenteita kutsutaan usein levyiksi, laatoiksi ja kuoriksi.

2.4.1 2D laatta

Elementti on taso, jota kuormitetaan kohtisuoraan tason keskitasoa vastaan. Elementin levydimensio on yli viisi kertaa suurempi kuin laatan paksuus. Levyyn verrattuna laatta ei kerää kalvovoimia eikä siirtymiä x - ja y -suunnassa, sen sijaan laatat voi taipua. Laatat kantavat taivutus ja kiertymämomenteja sekä leikkausvoimia. Solmupisteiden vapausasteet ovat kiertymät ϕ_x ja ϕ_y sekä siirtymä w . (Rombach, 2004, s. 173 – 175)

Laatat toimivat joko Kirchhoffin tai Reissner- Mindlin-laattamallin mukaan. Kirchhoffin laattamalli tunnetaan myös nimellä ohuen laatan malli. Sitä voidaan käyttää ohuille laatoille,

joiden taipuma on pieni verrattuna niiden paksuuteen. Kirchhoffin laattamallin perusolettamukset vastaavat Euler-Bernoullin palkkimallia, se on siis Euler-Bernoulli palkkimallin vastine laatoille. Tämä laattamalli ei huomioi leikkausmuodonmuutoksia. Jos leikkausmuodonmuutokset halutaan ottaa huomioon, on käytettävä vaihtoehtoista laattamallia. Reissner-Mindlin laattamalli on Timoshenkon palkkimallin vastine laatoille, joka siis huomioi leikkausmuodonmuutokset. Reissner-Mindlin laattamallien tunnetaan myös nimellä paksun laatan malli, ja kuten nimestä voi päätellä käytetään sitä usein paksumpia laattoja tarkasteltaessa. Kirchhoff ja Reissner-Mindlin-laattamallin reunaehdot eroavat toisistaan. Kirchhoffin laattamallissa reunoilla on kaksi reunaehtoaa, Reissner-Mindlin mallilla on kolme. (Kouhia, 2009, s. 205, 215 ja 230-233)

Laatan yhtälöt voidaan muodostaa eri tavoilla. Alla oleva kaava esittää Strusoft FEM-Design ohjelman jännityksen ja muodonmuutoksen suhde orthopoolisille laatoille.

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_r \\ \varepsilon_s \\ \gamma_{rs} \\ \gamma_{rz} \\ \gamma_{sz} \\ w_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/E_r & -\nu_{rs}/E_r & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/E_s & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/G_{rs} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/G_{rz} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G_{sz} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_r \\ \sigma_s \\ \tau_{rs} \\ \tau_{rz} \\ \tau_{sz} \\ p_z \end{bmatrix} \quad (17)$$

missä

k on viimeinen rivi winkler bedding factor

(FEM-Design Applied Theory and Design, 2015)

2.4.2 Levy

FEM-laskentasovelluksissa levyjä kuvataan levyelementeillä, joita voidaan kutsua myös tasokuorielementeiksi. Levyelementtien solmupisteillä on kaksi siirtymävapausastetta, siirtymät u ja v, mutta niillä ei ole kiertymävapausasteita. Levyelementeillä voidaan ainoastaan määrittää sisäiset kalvovoimat, ei taivutusmomentteja. Tämän vuoksi levyjen liittämistä muihin

elementteihin pitää tarkastella huolellisesti. Esimerkiksi levyelementin ja palkkielementin liitos toisiinsa aiheuttaa yhteensopimattoman elementtiverkon, joka aiheuttaa singulariteetteja. Palkkielementtien solmupisteillä on levyelementtiin verrattuna vapausasteina myös kiertymä ϕ . (Rombach s. 150-157)

Levyn yhtälöt voidaan muodostaa eri tavoilla. Alla olevat kaavat esittävät Strusoft FEM-Design ohjelman jännityksen ja venymän suhde orthopoolisille levyille.

Venymä tasojännitykselle:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_y \\ \varepsilon_s \\ \gamma_{ys} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_y} & -\frac{\nu_s}{E_y} & 0 \\ 0 & \frac{1}{E_s} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{G_{ys}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_y \\ \sigma_s \\ \tau_{ys} \end{bmatrix}, \text{ and} \quad (18)$$

$$\sigma_z = 0, \quad \varepsilon_z = -\frac{\varepsilon_r}{\nu_{rz}} - \frac{\varepsilon_s}{\nu_{sz}}$$

Venymä tasovenymälle:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_r \\ \varepsilon_s \\ \gamma_{rs} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_y} - \frac{E_z \nu_{rz} \nu_{yz}}{E_y^2} & -\frac{\nu_{ys}}{E_y} - \frac{E_z \nu_{yz} \nu_{sz}}{E_y E_s} & 0 \\ 0 & \frac{1}{E_s} - \frac{E_z \nu_{sz} \nu_{sz}}{E_y^2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{G_{ys}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_r \\ \sigma_s \\ \tau_{rs} \end{bmatrix} \quad (19)$$

(FEM-Design Applied Theory and Design, 2015)

2.4.3 3D kuori

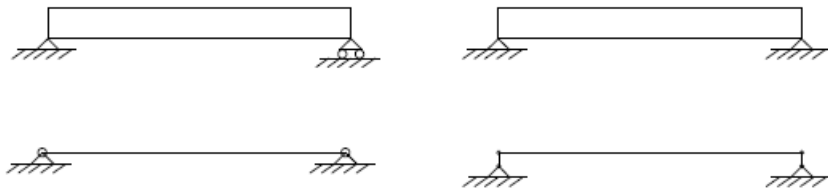
Kuori on levyn ja laatan yhdistelmä. Kuorielementtiä voidaan kuormittaa sen keskitason suuntaisesti sekä kohtisuoraan tasoa vastaan. Kuorielementti voi kerätä näin ollen leikkaus- ja kalvovoimia, sekä taivutus- ja kiertymämomentteja. Kuorten oletetaan yleensä olevan ohuita, eli sen paksuus on paljon pienempi kuin sen pääkaarevuus. Analyysin voi tällöin rajoittaa kuoren keskipintaan. Kuorielementin jokaisella solmupisteellä on kuusi vapausastetta, kolme siirtymää sekä kolme kiertymää x , y ja z suuntaan. (Rombach, 2004, s. 271-272)

2.4.1 Tuet

Reunaehdoja kutsutaan myös tukiehdoiksi rakenteiden mekaniikassa. Jotkut tukiehdot määräytyvät FEM-teknologiasta eikä fyysisistä syistä. Tukiehto, kuten siirtymä tai kiertymän estäminen, on laitettava solmupisteeseen eikä solmupisteiden väliin. (Robert D. Cook s. 122)

Tuet FEM-laskentaohjelmissa voidaan määrittää piste-, viiva tai pintatukina. Tuelle määritetään tukiehdot siirtymille ja kiertymälle x , y ja z suunnille erikseen. Nollasta poikkeavat tukiehdot voivat toimia joko jäykkänä kiinnityspisteinä tai jousena. Jäykkä kiinnityspiste estää solmupisteen liikkeen täysin, kun jousi rajoittaa solmupisteen liikkeen jousivakion mukaan. Nollatukiehto ei vaikuta solmupisteen liikkeeseen ollenkaan ja näin olleen tuella on oltava ainakin yksi nollasta poikkeava tukiehto, jotta sillä olisi mitään vaikutusta rakennemalliin. Pistetuet määritetään yksittäisille solmupisteille, viiva- ja pintatuet määritetään alueelle ja ohjelma generoi automaattisesti tuet sen alueen solmupisteille.

Reunaehdoja kuvataan usein väärin tai epätarkasti. Muutoksilla tukiehtoissa, jotka vaikuttavat pieniltä, voi olla suuria vaikutuksia laskettuun tulokseen. Esimerkiksi, kun palkin rullatuki muutetaan niveleksi, sallitaan tuen aiheuttavan vaakakuormia palkkiin. Rullatuettu palkki kuvassa 3 voi kuvata kaksi solmupisteisenä palkkina. Nivellettu palkki kuvassa 3 on kuvattava tasoelementtinä tai palkkielementtinä todellisen palkin keskilinjalla, joka on yhdistetty tukiin erillisillä elementeillä. (Robert D. Cook s. 122)



Kuva 3 Tukien kiinnitys ja sen kuvaaminen elementeillä

3 FEM-laskentaohjelmat

3.1 FEM-laskentaohjelmien käyttö rakennesuunnittelussa

Elementtimenetelmään perustuvat numeeriset laskelmat ovat nykyään vakiotyökaluja suunnitteluvaiheessa. Tietokoneiden teho ja halpa hinta ovat syrjäyttämässä manuaaliset laskelmat. Jopa yksinkertaiset rakenneosat ovat usein helpompia ja nopeampia laskea FEM-laskentaohjelmilla. FEM-ohjelmat toimivat nykyaikaisilla tietokoneilla ongelmitta ja käyttöliittymät mahdollistavat helpon mallintamisen. Ohjelmilla voidaan mitoittaa useita eri rakenneosia ja erilaisia materiaaleja. Ohjelmien perustoiminta, eli elementtimenetelmä, on yleisesti ottaen sama, mutta ne eroavat toisistaan käyttöliittymässä ja työkalujen tarjonnassa.

Elementtimenetelmästä ja FEM-laskentaohjelmista puhutaan yleensä ainoastaan laskujen helpottamisesta. Ohjelmat tuovat kuitenkin useita etuja, jotka jäävät monesti huomioimatta. Esimerkiksi kuormien reititys tulee ohjelmien käytössä itsestään eikä käyttäjä tarvitse käyttää aikaa sen tutkimiseen. Vaikka mitoitettava rakenneosa itsessään olisi vaivatonta laskea käsilaskuilla, on se yleensä osa monimutkaisempaa rakennetta. Mitoitustehtävässä annetut kuormat vaikuttavat rakenteeseen kokonaisuutena ja laskijan pitää tällöin selvittää yksittäisiin rakenneosiin tuleva kuorma, jotta se voidaan laskea. Tästä työstä säästytään FEM-laskentaohjelmien käyttäessä. Lisäksi ohjelmat kuvaavat rakenteen yleisesti kolmeulotteisena rakenteena, joka antaa paremman kuvan kohteesta. Rakenteen siirtymät saa näkyviin kolmiulotteisena kuvaajana joka on tyypillisesti ihmiselle havainnollisempaa.

Ennen kuin matemaattisesta mallista siirrytään elementtimenetelmäänalyysiin, on hyödyllistä saada muutamia alustavia ratkaisuja. Alustavat ratkaisut voidaan saada yksinkertaisilla analyttisillä menetelmillä, ohjekirjojen kaavoilla, aikaisemmin ratkaistuilla arvoilla tai kokeilulla. Tämä työ saattaa parantaa matemaattista mallia samalla kun se antaa vertailuarvon ratkaisujen tarkistamiseen. Työ kannattaa tehdä ennen elementtianalyysia, jotta mahdolliset ajatteluvirheet huomataan ennen elementtimallin laatimista. Samalla se pienentää taipumusta löytää ratkaisuja, jotka tukevat elementtianalyysista jo saatuja arvoja. On helppoa tehdä virheitä, kun syöttää dataa ohjelmiin ja jopa yksinkertaiset alustavat ratkaisut helpottavat virheiden huomaamista. (Cook ym., 2002, s. 11-12)

FEM-laskentaohjelmien käyttöön kuuluu yleensä seuraavat vaiheet.

Alkuprosessointi: perustuu siihen, että syötetään data, joka kuvaa geometrian, materiaaliominaisuudet, kuormat ja reunaehdot. Ohjelma osaa itse valmistaa verkon mutta tarvitsee käyttäjältä elementtityypit ja verkkotiheyden. Käyttäjän on siis määritettävä jokin elementtimuoto, joka sopii matemaattiseen malliin, ja miten isoiksi tai pieniksi elementit halutaan tehdä.

Numeerinen analyysi: ohjelma luo automaattisesti matriiseja, jotka kuvaavat jokaisen elementin käyttäytymisen. Ohjelma yhdistää matriisit matriisiyhtälöön, joka kuvaa koko elementtimenetelmän rakennetta ja ratkaisee kenttäsuureet solmukohdissa. Huomattavia lisälaskuja on suoritettava, jos tarkastellaan epälineaarisia tai ajasta riippuvia ilmiöitä.

Jälkikäsitteily: Elementtimenetelmästä saadut ratkaisut ja niistä johdetut suureet listataan tai esitetään graafisesti. Käyttäjän on kerrottava ohjelmalle, mitkä listat tai kuvaajat tulee näyttää. Rakenteiden mitoituksessa tyypilliset esitettävät arvot ovat rakenteen siirtymät ja jännitykset.

Tulokset on aina tarkistettava. Aluksi on tutkittava, näyttävätkö tulokset oikeilta, eli onko niissä selviä virheitä. Onko ratkaistu se ongelma, joka oli tarkoitettu ratkaistavaksi vai jokin muu ongelma? Reunaehdot on usein kuvattu väärin, tämä voidaan tarkistaa tarkastelemalla siirtymiä, onko rakenteella siirtymiä kohdissa, jossa niitä ei pitäisi olla? Onko oletettu symmetrisyys olemassa tuloksissa? Jos vastaukset näihin kysymyksiin ovat tyydyttäviä, on FEM-analyysin ratkaisut tarkistettava alustaviin ratkaisuihin ja muuhun hyödylliseen tietoon. (Cook ym., 2002, s. 13-15)

Ensimmäinen FEM-analyysi on harvoin riittävä. Selvät virheet on korjattava. Isot eroavuudet oletettujen ja saatujen arvojen välillä on tutkittava. Fysikaalinen ymmärtäminen tai FEM-malli, tai molemmat, voivat olla virheellisiä. FEM-analyysi on iteratiivinen prosessi, jossa mallia parannetaan ja muutetaan, kunnes se saadaan vastaamaan mitoitettavaa rakennetta. Raudoitus määrittyy rakenneosaan tulevan kuormituksen mukaan. Jos mitoituksen aikana huomataan, että jotakin rakenneosaa ei voida järkevästi raudoittaa, on rakenteen mallia muutettava ja FEM-analyysi ajettava uudestaan. (Cook ym., 2002, s. 14-15)

Käyttäjän on ymmärrettävä ongelman luonne. Jos käyttäjä ei ymmärrä ongelmaa, ei hän myöskään osaa tehdä oikeaa mallia eikä ohjelmalle voida kertoa, mitä pitäisi tehdä. FEM-

laskentaohjelmilla on puutteita ja ne sisältävät usein virheitä, mutta silti insinöörillä, eikä ohjelman laatijalla, on vastuu virheistä.

3.2 Mallin luominen

FEM-malli tuottaa oikean vastauksen vain, jos malli on pätevä ja tarkka. Pätevyys määrittyy siitä, miten hyvin malli vastaa fysikaalista ongelmaa, ja tarkkuus siitä, miten tarkkaan elementtiverkko on optimoitu. Jos elementit on muotoiltu oikein, tulee vastauksen konvergoida kohti tarkkaa ratkaisua, kun verkkoa tihennetään.

FEM-mallintaminen on simulaatio fyysisestä käyttäytymisestä numeerisella prosessilla, joka perustuu polynomien interpolointiin. Jotta käyttäjä saisi luotettavia tuloksia, on hänen käsitettävä ongelma. Mitkä fyysiset ilmiöt ovat tärkeitä? Onko ongelma ajasta riippumaton? Löytyykö epälineaarisuuksia? Nämä ovat kaikki tärkeitä kysymyksiä, joihin käyttäjän on osattava vastata. Jos FEM-mallista tulee virheellisiä arvoja, on syy usein se, että käyttäjän ymmärrys rakenteen fysikaalisesta käyttäytymisestä, reunaehdoista, teorian rajoituksista, tai ohjelman pätevyydestä ovat puutteellisia. (Cook, 1995, s. 105-106)

FEM-mallintamisen taito perustuu fysikaalisen käyttäytymisen visualisoinnista ja kyvystä yhdistää se elementtien käyttäytymiseen. Tarvittava tietopohja sisältää statiikkaa, rakenneteoriaa ja elementtimenetelmäteoriaa. Tieto teorian olettamuksista ja rajoituksista estää niiden väärinkäytön. Cook ym., 2002, s. 106)

Vaikeaa ongelmaa tai isoa mallia ei pitäisi tutkia kerralla. On parempi aloittaa erikoistapauksilla ja karkealla verkolla, ja päivittää sitä tarpeen mukaan. Näin käyttäjän luottamus viimeisteltyyn malliin kasvaa ja säästyy projektiin käytettyä aikaa. Jokainen versio mallista antaa hyödyllistä informaatiota, jota voidaan käyttää seuraavaan muokkaukseen. Esimerkiksi, jos huomataan että johonkin kohtaan kehittyy suuria jännityksiä, voidaan sitä kohtaa hiota. (Cook, 1995, s.106)

3.3 Dimensioireduktio

3.3.1 Geometriset symmetrisyydet

Todellisuudessa kaikki rakenteet ovat kolmiulotteisia, mutta jos rakenteen geometria ja kuormat voidaan kuvata yhdessä tasossa, voidaan ongelma mallintaa yhdessä tasossa. Pitkät rakenteet joiden paksuus tai kuormitus ei vaihtelee merkittävästi, voidaan tarkastella palkkina, esim. pato tai maapaineseinä. Jos mallia ei voida yksinkertaistaa geometrian avulla, on rakenteesta tehtävä kolmiulotteinen malli. On kuitenkin mahdollista yksinkertaistaa mallia huomioimalla symmetria. (Fagan, 1992, s. 19-20)

Rakennesuunnittelussa on käytettävissä neljä yleistä symmetriatapausta: aksiaalinen, taso, sylinteri ja toistuva. Jos rakenne ja ulkoiset olosuhteet (kuorma ja reunaehdot) ovat symmetriset, on tarkasteltava ainoastaan toistuva osaa. On tärkeää varmistaa, että kuorma ja reunaehdot asettuvat siten että ne kuvaavat ongelman symmetrisyyttä. (Fagan, 1992, s. 20-21)

Aksiaalinen symmetrisyys

Koska aksiaalinen symmetrisyys on niin yleistä, on aksisymmetrisiä elementtejä sisällytetty FEM-laskentaohjelmiin. Ne ottavat huomioon jatkuvan muuttujan jakauman kehän suunnassa, samalla tavalla kuin teoreettisessa analyysissä. Tämän tyyppiset ongelmat ovat samankaltaisia taso-ongelmien kanssa, koska kuormitus ja siirtymä ovat rajattuja kahteen suuntaan.

Tasosymmetrisyys

Tasosymmetrisyys on helpoiten kuvattavissa levyllä, jossa on reikä keskellä. Vain neljännesosa levystä täytyy tutkia, kunhan reunaehdot määritellään oikein. Esimerkiksi, jos siirtymät x- ja y-suunnassa ovat u ja v , niin u ja v ovat nolla keskilinjailla. Oikeiden reunaehtoien määrittäminen on tärkeää. Jos ne määritetään väärin, malli kuvaa täysin toista ongelmaa.

Sylinteri symmetrisyys

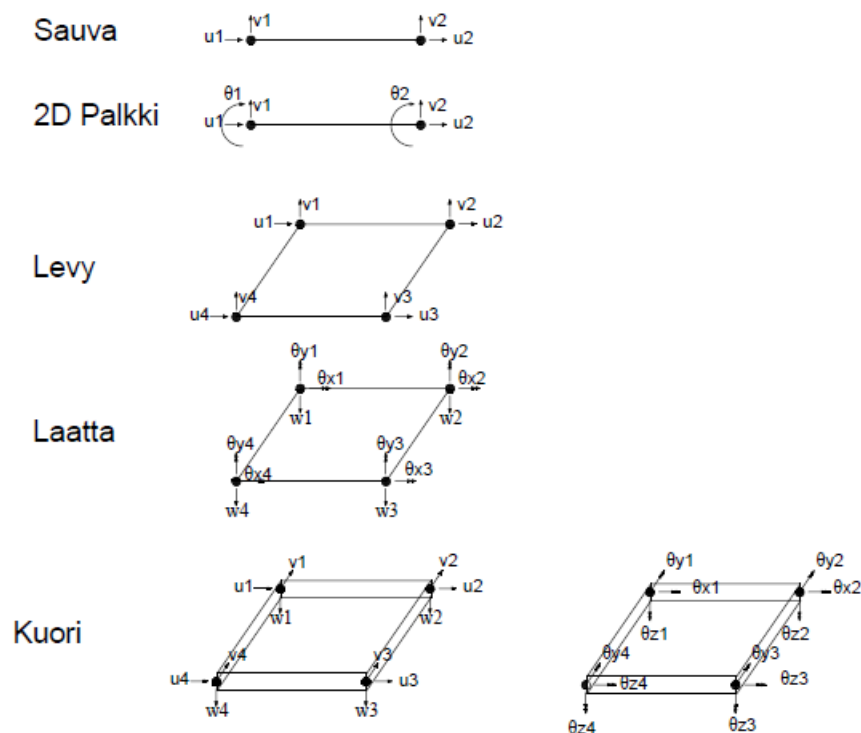
Kierteisen symmetrisyyden tapaukset ovat samankaltaisia, kuin taso-ongelmat paitsi, että ne kuvataan lieriö koordinaatistolla eikä suorakulmaisella koordinaatistolla. Luonnollisesti reunaehdot on asettava oikeisiin suuntiin, siirtymä on nolla kehän suuntaan.

Toistuva symmetrisyys

Ainoastaan yksi toistuvista osista rakenteessa täytyy tarkastella. (Fagan, 1992, s. 20-23)

3.3.2 Elementtityypit ja käyttäytyminen

Elementtien muotoja on monenlaisia ne vaihtelevat pisteestä kolmeulotteisiin muotoihin.



Kuva 4 Elementtien vapausasteet

Elementtien sivut voivat olla suoria tai kaarevia.

Jännitysongelmissa elementtien käyttäytyminen voidaan luokitella viiteen ryhmään.

1. Kalvo

Ainoastaan tason suuntaisia kuormia voidaan kuvata, taivutusjäykkyys normaalin suhteen jätetään huomioimatta.

2. *Taivutus*

Ainoastaan taivutuskuormia voidaan kuvata.

3. *Kuori/Levy*

Yhdistelmä kalvo- ja taivutuselementtejä.

4. *Kiinteä särmio*

Kolmiulotteinen jännitysjärjestelmä on käytettävissä.

5. *Aksisymmetrinen*

Muuttujan oletetaan olevan tasainen kehän suunnassa.

(Fagan, 1992, s. 23-29)

Elementtejä on monenlaisia ja niiden valitseminen ei ole itsestään selvää, varsinkin mallin alkuvaiheessa. Oikeiden elementtien valitseminen on mahdotonta ilman käsitystä siitä, miten rakenne todennäköisesti käyttäytyy ja miten elementtien on mahdollista käyttäytyä. Elementtimenetelmä on pohjimmiltaan paloittain interpolointia ja elementit on valittava siten, että ne voivat kuvata muodonmuutosta todellisuutta vastaavalla tavalla. Vaihtoehtoisesti, elementtien valintaa voidaan lähestyä valitsemalla ne siten, että niiden jännitysominaisuudet muistuttavat rakenteeseen muodostuvaa jännitystapausta mahdollisimman paljon. (Cook, 1995, s.106-107)

Palkit ovat harvoin lyhyitä ja paksuja, joten palkit mallinnetaan usein kaksisolmuista palkkielementeistä. I-palkille, jonka laipat ovat leveitä taivutustapauksissa, taivutusjännityksen kaava $\sigma = M/I$ on virheellinen. Se olettaa, että laipan jännitys pysyy tasaisena koko laipan leveydellä. Todellisuudessa ”shear lag” vuoksi vaihtelee jännitys havaittavasti laipan yli. Uumasta tuleva leikkausvoima vaikuttaa laippojen keskilinjaan aiheuttaen aksiaalisen muodonmuutoksen ja sen aiheuttama jännitys ei ole tasainen laipan yli. FEM-malli, joka kuvaa tämän käyttäytymisen, koostuu kaksikulotteisista elementeistä. Nämä elementit voivat olla kalvoelementtejä, jos jännitys on tasainen laipan paksuuden yli, mutta kalvot eivät huomioi y-suuntaista jäykkyyttä, joten levyelementit sopivat parhaiten. (Cook, 1995, s. 107)

Särmioimäisen palkin poikkileikkauksella on leikkauskeskiö. Tämä on piste, johon poikittaiskuorma voidaan sijoittaa, jotta palkki taipuu kiertymättä. Jos kuorma poikkeaa tästä leikkauskeskiöstä, palkki taipuu ja kiertyy kuorman vaikuttaessa. Kiertymä aiheuttaa leikkausjännityksiä ja muuttaa poikkileikkausta. Jos halutaan ottaa huomioon tämä ilmiö,

tavalliseen kuuteen reunaehtoon on lisättävä ”poikkileikkauksen muuttava” reunaehto. Tavalliset kaksisolmupalkit eivät osaa ottaa tätä vaikutusta huomioon, joten palkki on mallinnettava 2D levyistä tai kalvoista. (Cook, 1995, s. 108)

Lieriömäisen jäykkäkiinteisen vesisäiliön tukireaktiot ovat tasaisesti jakaantuneita pohjassa. Taivutusjännitykset ovat suuria pohjassa ja kaltevuus suuri. Karkea verkko sylinterin yläosassa on usein riittävä, mutta kuvaa alaosan jännitykset huonosti. Yleisesti suuret taivutusjännitykset ja jännityskuvaajassa suuret kaltevuudet sijoittuvat kuorien jännityksen epäjatkuvuuksien läheisyyteen. Epäjatkuvuudet yhdistetään viivakuormilla, tuilla, jäykistellä, ja vaihteluilla kaarevuuksissa. (Cook, 1995, s. 109)

Käyttäjän on syytä ennakoida rakenteen käyttäytyminen ja ymmärrettävä elementin käyttäytymistä, jotta sopiva malli ja analyysimenetelmä voidaan määrittää.

3.4 Työkalut

Malli koostuu rakenneosista, kuormista ja elementtimenetelmän elementeistä. FEM-laskentaohjelmissa rakennemalli muodostetaan ohjelman työkaluilla. Työkalupaletit ja määrittelytavat vaihtelevat ohjelmasta toiseen, mutta ohjelmien työkalut ja niiden edustamat elementit ovat pohjimmiltaan samat ohjelmasta riippumatta. FEM-ohjelmien käyttöön kuuluu myös mallintamisen taito ja se on osa sujuva FEM-ohjelmien käyttöä. Ohjelmavalmistajille on välttämätöntä, että käyttäjä osaa käyttää niiden tuottamia ohjelmia. Tämän takia he tuottavat koulutusmateriaalia ohjelman käytöstä, johon on hyvä tutustua ennen kuin ohjelma otetaan käyttöön. Tässä luvussa käsitellään rakenneosien yleiset määrittelytavat ja ominaisuudet.

FEM-laskentaohjelmissa rakenneosat kuvataan elementeillä ja elementit määritetään rakenneosittain. Ohjelmat tarjoavat useita työkaluja elementtien määrittämiseen. Rakenneosat ryhmittyvät 1D elementteihin (sauvat, palkit ja pilarit), 2D taso-elementteihin, 3D-elementteihin ja tukiin. Työkalujen nimi ja käyttötarkoitus on usein määritetty rakenneosien mukaan. Esimerkiksi laatta-työkalu voi olla nimettynä lattiana (engl. Floor) tai kuori-työkalu nimettynä seinänä (engl. Wall). Työkalun nimestä riippumatta, rakenneosa toimii elementtimenetelmän mukaan ja elementtejä voidaan käyttää rakenneosasta riippumatta. Rakenneosien geometria ja materiaaliominaisuudet määritetään ohjelmien

työkalupaletilla. Työkalupaletit vaihtelevat ohjelmien välillä ja niihin tutustuminen on osa ohjelman käyttöä.

Kuorielementtejä voidaan myös käyttää palkin mitoittamiseen. Palkin muoto ja sen käyttäytymistä voi näin mallintaa tarkemmin, usein kuorena, jotka määritetään palkin pituuden ja korkeuden mukaan, palkin leveys määritetään kuoren paksuudeksi. Näin luvussa 3.3.2 esitetyt ongelmat voidaan välttää. Tämä tarkoittaa kuitenkin sitä, että rakenneosan kuormitukset on integroitava resultanttisuureiden aikaansaamiseksi.

3.4.1 Elementtiverkon generoiminen

Elementtien tavoitepituus määrää globaalisen suuruuden elementtiverkolle. Mitä tiheämpi verkko on, sitä tarkemmat ratkaisut saadaan. Tarvittavan datan prosessointi ja laskuaika kasvavat tiheimmän verkon aiheuttamien lisäsolmupisteiden ansiosta.

Diskretisointi on tärkeä osa FEM-laskuissa. Liian tiheä verkko hidastaa laskelmaa ilman, että tuloksen laatu tarkentuisi huomattavasti. Tavoitepituus, joka on liian pitkä, ei pysty täyttämään reunaehtoja. Pääsääntönä kahdeksasta kymmeneen elementtiä pitäisi luoda reunaehtojen välille. Jos on mahdollista, pitäisi välttää alle neljän elementin luomista reunaehtojen välille. Viivaelementit jakaantuvat sisäisiin osiin niille määritetyn minimijakomäärän mukaan.

Tasoille saadaan tarkimmat tulokset, kun verkon elementit muistuttavat mahdollisimman paljon neliöitä. Sallittujen nelikulmioiden muoto voidaan määrittää joko lävistäjien tai sivujen pituuden suhteen avulla. (Dlubal Engineering Software)

Sen sijaan, että verkon kaikki solmupisteet pitäisi itse määrittää, ohjelma luo verkon automaattisesti. Käyttäjä määrittää alueen, joka tulee verkottaa ja verkkotiheyden, tietokone verkottaa alueen käyttäjän antamalla tiedoilla. Alueen ja verkkotiheyden lisäksi käyttäjällä ei ole paljon vaikutusmahdollisuutta prosessiin. Automaattisen verkon luominen tarvitsee pätevän verkottajan, millä rakennemalli verkotetaan. Ohjelma toistaa usein verkon kuvioita ja laskee automaattisesti eri osien leikkauspisteitä. (Fagan s. 295)

Ohjelma luo elementtiverkon automaattisesti mahdollisimman tasapuolisesti. Tämä monivaiheinen työkalu ottaa huomioon määritettyjen elementtien vähittäisjakaantumisen ja keskimääräisen elementtikoon. Työkalu generoi niin sanotun strukturoimattoman verkon.

Kun alue, jolle elementtiverkko halutaan luoda, on valittu, ohjelma jakaa alueen osa-alueisiin ja suorittaa monivaiheisen verkon luomisen.

Jos laskettu tai käyttäjän antama keskimääräinen elementtikoko on liian iso, ohjelma laskee koon uudestaan ja pienentää verkkotiheyden riittävän pieneksi. Tässä tapauksessa verkon automaattinen luonti alkaa alusta toisen vaiheen jälkeen. Ohjelmalla on mahdollista suorittaa pienennys niin monta kertaa, kun on tarvetta.

Elementtiverkon laatimisen aikana verkottaja ottaa huomioon osa-alueen reunojen jaon. Jos osa-alueen reunan jako on muuttunut liikaa, verkottaja uudistaa automaattisesti osa-alueen verkkotiheyden. Visuaalisesti tämä automaattinen uudelleenlaskenta nähdään siitä, että alkuperäinen osa-alueiden määrä lisääntyy. Jos uudelleenlaskenta osa-alueille tarvitaan liian monta kertaa, voi tämä tarkoittaa, että geometriassa ja rakenteessa on staattisia ongelmia. Kriittiset alueet ovat merkitty epätavallisella tiheydellä verkossa. Jotta uudelleen laskemisen tarve vähenisi, verkottaja luo ensin osa-alueen, jossa on pienimmät elementtikoot. (FEM-Design Applied Theory and Design, 2015)

3.5 Tulosten tulkinta

Elementtimenetelmä ratkaisee solmupisteiden siirtymiä. Siirtymistä voidaan ratkaista elementtien jännitykset. Yksikin elementti antaa suuren määrän arvoja ja tulosten tulkinta arvojen perusteella on usein haastavaa, siksi graafinen havainnollistaminen on FEM-analyysissä suotavaa. Siirtymien ja jännitysten (engl. plotting) piirtäminen on helpoin tapa tarkistaa, että malli on muodostettu oikein, ja huomata virheet. (Fagan, 1992, s. 243)

Elementtimenetelmän laskemat siirtymät ovat usein paikkansa pitäviä jopa karkealla verkolla. Siirtymien suppeneminen ei kuitenkaan tarkoita sitä, että jännitykset olisivat oikein. Deformoituneen tilan kuvaajan vertaaminen alkuperäiseen geometriaan on usein ensimmäinen asia, jota tutkitaan. Se antaa käyttäjälle välittömän tunteen komponentin käyttäytymisestä. (Fagan, 1992, s. 243)

Yksinkertaisille elementeille ja niiden lineaarisille siirtymille on arvioitu tasainen jännitys koko elementille. Monimutkaisemmilla elementeillä jännitys voi vaihdella lineaarisesti tai neliöllisesti elementin yli. Näiden korkean asteen elementtien elementtimatriisit ratkaistaan

numeerisella integraalilla. Kun systeemi on ratkaistu, lasketaan jännitykset yleensä ainoastaan integraalipisteissä. Nämä jännitysarvot ovat usein elementin tarkimmat mutta harvoin tärkeimmät. Solmupisteiden jännitysten, erityisesti nurkkapisteet, ovat suotavia ja ne pitää arvioida interpoloinnilla Gaussinpisteissä. Tämä extrapolointi voi johtaa arvojen epäluotettavuuden kasvuun. (Fagan, 1992, s. 243)

Elementtien jännitystulokset voivat viitata joko paikalliseen tai globaaliin koordinaatistoon. Paikallinen koordinaatisto sijoittuu rakenteen pinnan mukaan. Käyttäjä voi vapaasti vaihtaa näiden välillä, mutta eri elementeillä on eri oletustulosteet. Esimerkiksi levyjen jännitykset tulee tarkastaa paikallisessa koordinaatistossa. Rakennneosan jännitys globaalisessa koordinaatistossa, joka on kulmassa globaaliin koordinaatistoon, on hyödytön, kun tarkastellaan rakenneosaa. (Fagan, 1992, s. 244)

Jotta saadaan koko mallille kokonaiskuva jännityksistä, pitää elementin jännityksistä laskea keskiarvo. Helpoin tapa on laskea keskiarvo solmupisteiden jännityksistä. Tämä ei kuitenkaan huomioi jännitysten suuria eroavaisuuksia solmupisteissä, tämän vuoksi jotkut ohjelmat käyttävät painotettuja keskiarvoja solmupisteissä. Rakenneosien sisäisten jännitysten keskiarvo on usein hyväksyttävissä. Mutta rajapisteissä ja osien liitoskohdissa ovat keskiarvot vähemmän luotettavia, tämän vuoksi pitää näitä arvoja tarkastella huolellisemmin. Keskiarvon käyttö jännityksille, jossa eri materiaalit liittyvät pitäisi välttää, koska eri materiaaleissa voi esiintyä eri jännityksiä. (Fagan, 1992, s. 244-245)

Kolmiulotteisille elementeille jännitysten perustuloste koostuu kolmesta välittömästä jännityksestä ja kolmesta leikkausjännityksestä. Näistä voidaan ratkaista pääjännitykset ja ”Von Mises” jännitykset. Jännitykset voidaan esittää eri tavoin, mutta yleisin tapa on tasa-arvokäyrästä (contour plot). Vektorikuvaajat pääjännityksille antavat niiden suuruuden ja suunnan, tämä on hyödyllistä, kun halutaan havainnollistaa suuntaa ja muutosta. (Fagan, 1992, s. 245)

4 Raudoituksen mitoittaminen

4.1 Raudoituksen määrittäminen

FEM-laskentaohjelmien avulla määritetään rakenteen rasitukset (jännitykset, voimat, momentit). Rakenneosien rauditus määrittyy siihen tulevien rasitusten mukaan. Rauditus mitoitetaan Eurokoodien mukaan. EC 2 Betonirakenteiden suunnittelu osa 1-1: Yleiset säännöt ja rakennuksia koskevat säännöt, sisältää säännöt betonirakenteiden mitoitukseen.

Betonirakenteen kestävyys riippuu betonin laadusta, sen geometriasta ja raudoituksesta. Rakennussuunnittelun alkuvaiheessa voivat suunnitelmat vaihdella huomattavasti. Tämän vuoksi alustavissa rakennesuunnitelmissa varmistetaan, että annetulla geometrialla on mahdollista löytää toimiva ratkaisu. Suunnitelmien edetessä geometria ja betonin laatu lyödään lukkoon ja pyritään olla muuttamatta niitä myöhemmissä vaiheissa. Rauditus on betonin sisällä eikä tämän takia vaikuta esteettisiin tai tilan käyttötarkoitukseen. Tämän vuoksi rauditusmitoituksen optimointi voidaan jättää suunnitteluvaiheen loppuvaiheeseen. Reunaehdot elävät suunnittelun edetessä, ulkoiset kuormat voivat muuttua tai geometriaan tulla muutoksia. Tapauksissa, jossa olosuhteiden muutokset kasvattavat rakenneosan kestävyystarvetta, lisäävät ne myös rakenneosan rauditustarvetta. Siksi on hyvä olla mitoittamatta rakenneosaa lähelle sen kantokestävyyttä, eli varmistetaan että murtolujuus on paljon suurempi kuin siihen tuleva kuormitus. Kun toimitaan näin, kasvaa todennäköisyys, että rakenne kestää siihen tulevan lisäkuormituksen muutoksia tehtäessä. Tai kuormituksen kasvaessa voidaan lisäkuormitus hoitaa ainoastaan lisäämällä rauditusta, sen sijaan että rakenneosan, tai rakenteen, geometriaa tai betonilaatua pitäisi muuttaa. Kunhan rakenneosan ylimitoitus ei aiheuta suuria lisäkustannuksia voidaan se yleensä mitoittaa 60-80% käyttöasteeseen.

Rakenteen ja sen osien mitoitus on iteratiivinen prosessi ja useita eri vaihtoehtoa on käytävä läpi ennen kuin lopullisen tulos voidaan saavuttaa. FEM-laskennassa mallia ja sen rakenneosien parametreja on helppo muuttaa ja ajaa laskuprosessi uudestaan. On hyvä muistaa, että kuormat jakaantuvat rakenneosiin niiden jäykkyysuhteista riippuen. Rakenteen mitoituksessa voidaan joutua tilanteeseen, jossa kaikki paitsi pari rakenneosaa savuttavat riittävän murtokestävyuden, tällöin on lisättävä rakenneosan kestävyyttä tai yrittää reitittää kuormat vähemmän kuormitetuille rakenneosille. Tämä tarkoittaa sitä, että

yhden osan jäykkyyttä muuttamalla voi kuormitus jakaantua uudelleen niin, että rakenneosaa, joka saavutti murtokestävyyden edellisessä rakenneratkaisussa, ei enää kestä siihen kohdistuva kuormitusta. Käytännössä jokaisen rakenneosan lujuus on tarkistettava, kun FEM-malliin tehdään muutoksia.

4.2 Minimiraudoituksen periaate taivutetuissa rakenteissa

Taivutetuilla rakenteilla taivutusrasituksen aiheuttama veto otetaan vastaan pääraudoituksella. Jos taivutusrasitus on pieni, on myös laskettu vetoraudoitus pieni. Rakenneosaa on kuitenkin raudoitettava minimiraudoituksen mukaan. Jos laskettu tarvittava raudoitus on pienempi kuin minimiraudoitus, raudoitetaan rakenne minimiraudoituksen mukaan. Minimiraudoituksen tarkoitus on estää rakenteen haurasta murtumaa.

EC2 9.2.1.1 määrittää palkin minimiraudoituksen $A_{s,min}$, samaa kaava käytetään laatoille.

$$A_{s,min} = 0.26 * \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} b_t d \geq 0.0013 b_t d \quad (20)$$

f_{ctm} Betonin keskimääräinen vetolujuus

f_{yk} Betoniteräksen vetolujuuden ominaisarvo

b_t Vedetyn osan leveyden keskiarvo

d Poikkileikkauksen tehollinen korkeus

Kaava perustuu siihen, että varmistetaan, että rakenteen murtorajatilán momenttikestävyys M_{Rd} on suurempi kuin momenttikestävyys M_{cr} halkeilemattomassa poikkileikkauksessa.

$$M_{Rd} \geq M_{cr} \quad (21)$$

Murtorajatilán momenttikestävyys arvioidaan momenttitasapainon mukaan kaavalla

$$M_{Rd} = f_{yd} * A_s * z \quad (22)$$

Sisäinen momenttivarren z oletetaan olevan 90% tehollisesta korkeudesta d

$$z \approx 0.9d \quad (23)$$

Murtorajatilán momenttikestävyys kirjoitetaan muotoon

$$M_{Rd} \approx f_{yd} * A_s * 0.9d \quad (24)$$

ja halkeilemattoman momenttikestävyys taivutusvastuksen mukaan.

$$M_{cr} \approx f_{ctm} * W = f_{ctm} * \frac{bh^2}{6} \quad (25)$$

Kaava (24) voi kirjoittaa uudelleen muotoon

$$f_{yd} * A_s * 0.9d \geq f_{ctm} * \frac{bh^2}{6} \quad (26)$$

Teräksen mitoitus myötölujuus f_{yd} on

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{f_{yk}}{1.15} \quad (27)$$

Tehollisen korkeuden d voidaan olettaa olevan 90% rakenteen korkeudesta h . Näin saadaan rakenteen korkeus lausuttua tehollisen korkeuden avulla.

$$h = \frac{d}{0.9} \quad (28)$$

Yhtälö (26) voi kirjoittaa uudelleen muotoon

$$\frac{f_{yk}}{1.15} * A_s * 0.9d \geq f_{ctm} * \frac{b \frac{d}{0.9}^2}{6} \quad (29)$$

Vaadittu minimiraudoitus voidaan nyt ratkaista kaavasta

$$A_s * 0.9d \geq \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} * \frac{1.15 * bd}{6 * 0.9^3} = 0.26 \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} bd \quad (30)$$

Joka vastaa EC2:ssa olevaa kaavaa. (Dahlgren & Svensson, 2013, s. 48-50)

4.3 Ankkurointimitoitus

Raudoitukseen syntyy momentin vaikutuksessa vetovoima, joka on suurin maksimimomentin alueella, mutta pienenee momentin pienemisen ja raudoituksen ja betonin välisen tartunnan vaikutuksesta. Osa raudoituksen voimasta siirtyy puristusvyöhykkeelle halkeamien väliin jäävistä ulokkeista. Vinot halkeamat estävät raudoituksen voimaa

pienenemästä yhtä nopeasti kuin taivutusmomentti. Tämä vetopinnan leviäminen tai lisävoima huomioidaan katkaisukohtia määrittäessä.

Raudoituksen voimaan tuen reunassa vaikuttaa halkeamien kaltevuus, vinompi halkeama suurentaa raudoituksen voimaa tuen reunassa. Puristussauvan ja leikkaushalkeaman kaltevuus riippuvat leikkausraudoituksen määrästä ja kaltevuudesta. Raudoituksen kohdistuva voima lasketaan kaavalla

$$F_{Ed} = 0.5V_{Ed}(\cot\theta - \cot\alpha) \quad (31)$$

Tuella raudoitus on ankkuroitava siten, että siihen voi kehittyä vähintään voima F_{Ed} . Ankkurointi voidaan toteuttaa suorilla tangoilla tartunnan avulla tai erillisillä ankkurointimenetelmillä kuten koukuilla tai hitsatuilla poikittaistangoilla.

Suoran tangon ankkurointi perustuu leikkausjännitykseen, joka kehittyy betonin ja tangon väliin. Leikkausjännitystä kutsutaan myös nimellä tartuntajännitys, ja se vaihtelee ankkurointimatkalla tangon kuormituksen mukaan. Tartuntajännityksen τ_b oletetaan ankkurointimitoituksessa jakaantuvan tasaisesti ankkuroitavan tangon vaipan ankkurointimatkalla l_b . Tartuntajännityksen suurinta arvo kutsutaan tartuntalujuudeksi f_b .

KUVA

Ankkuroitava voima on

$$F_b = u_s l_b f_b \quad (32)$$

missä u_s on tangon ympärysmitta $\pi\emptyset$

Tartuntalujuuden mitoitusarvo riippuu monista tekijöistä, mm. tangon geometriasta, betonin lujuudesta, asennosta ja sijainnista, betonipeitteen paksuudesta, tankojen keskinäisestä etäisyydestä ja ankkurointialueella vaikuttavista poikittaisista voimista. Tartuntalujuuden mitoitus arvo on

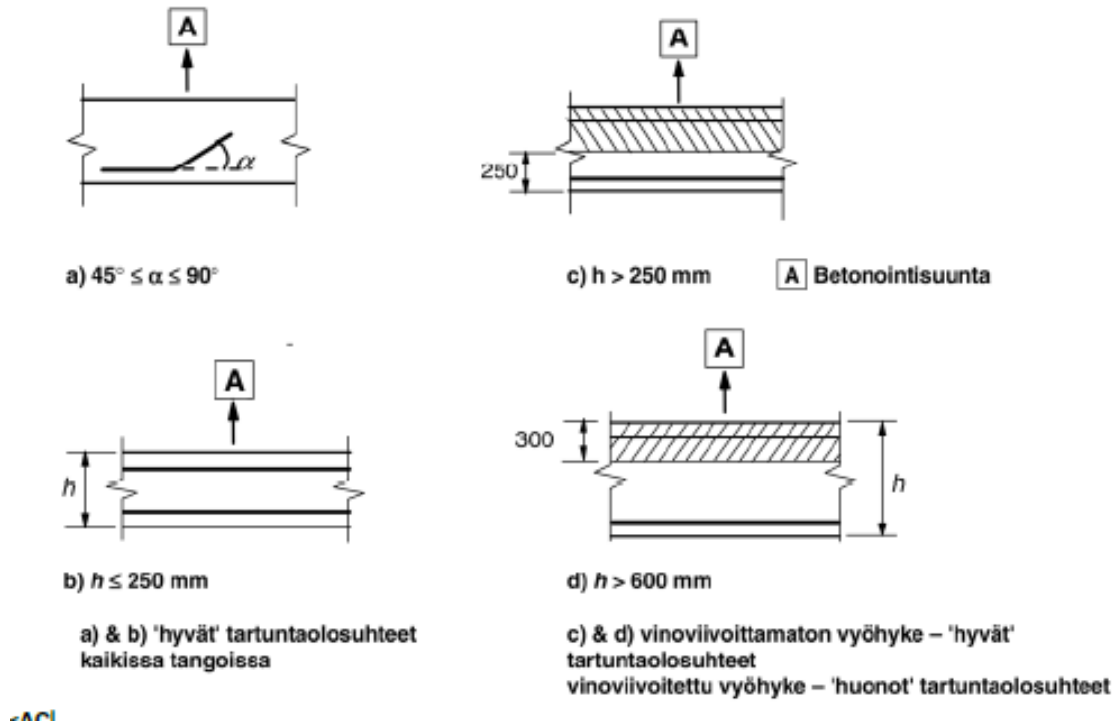
$$f_b = 2.25\eta_1\eta_2f_{ctd} \quad (33)$$

Missä η_1 on tartuntaolosuhteista riippuva kerroin

$$\eta_1 = 1,0 \text{ hyvät olosuhteet}$$

$\eta_1 = 0,7$ muissa olosuhteissa

Tartuntaolosuhteet ovat Eurokoodi 2 kuvan 5 mukaan



Kuva 5 Tartuntaolosuhteiden kuvaus. (Eurokoodi 2, 2015, s. 133)

η_2 tankopaksuudesta riippuva kerroin, missä

$$\eta_2 = 1 \text{ kun } \phi \leq 32 \text{ mm}$$

$$\eta_2 = \frac{132 - \phi}{100} \text{ kun } \phi > 32 \text{ mm}$$

Ankkurointimitoituksen perusyhtälö on

$$F_{bd} \geq F_{Ed} \quad (34)$$

Eli on varmistettava, että ankkurointialueella voi kehittyä vähintään yhtä suuri ankkurointivoima kuin ankkuroitava voima. Ankkurointipituuden laskenta-arvo on

$$l_b \geq \frac{F_{Ed}}{u_s f_{bd}} \quad (35)$$

Eurokoodin mukaan oikeapuolen arvo esitetään ankkurointipituuden perusarvona

$$l_{b,rqd} = \frac{\sigma_{sd}}{4 f_{bd}} \quad (36)$$

Ankkurointipituutta voi pienentää pienennyskertoimilla edullisten vaikutusten ansiosta. Lopullinen mitoitusarvo l_b saadaan yhtälöllä.

$$l_{bd} = \alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \alpha_4 \alpha_5 l_{b,rqd}$$

α kertoimet ovat välillä 0,7 ja 1. Eurokoodi 2 määrittää arvot alla olevan taulukon mukaan.

Taulukko 8.2 Kertoimien α_1 , α_2 , α_3 , α_4 ja α_5 arvot

Vaikuttava tekijä	Ankkurointityyppi	Betoniteräs	
		vetoteräs	puristusteräs
Tankojen muoto	Suora	$\alpha_1 = 1,0$	$\alpha_1 = 1,0$
	Muu kuin suora (ks. kuvia 8.1 (b), (c) ja (d))	$\alpha_1 = 0,7$ jos $c_d > 3\phi$ muuten $\alpha_1 = 1,0$ (mitan c_d arvot ovat kuvassa 8.3)	$\alpha_1 = 1,0$
Betonipeite	Suora	$\alpha_2 = 1 - 0,15 (c_d - \phi)/\phi$ $\geq 0,7$ $\leq 1,0$	$\alpha_2 = 1,0$
	Muu kuin suora (ks. kuvia 8.1 (b), (c) ja (d))	$\alpha_2 = 1 - 0,15 (c_d - 3\phi)/\phi$ $\geq 0,7$ $\leq 1,0$ (mitan c_d arvot ovat kuvassa 8.3)	$\alpha_2 = 1,0$
Poikittainen laajenemisen estoraudotus, jota ei ole hitsattu pääraudoitukseen	Kaikki tyypit	$\alpha_3 = 1 - K \lambda$ $\geq 0,7$ $\leq 1,0$	$\alpha_3 = 1,0$
Poikittainen hitsattu laajenemisen estoraudotus*	Kaikki tyypit; sijainti ja koko kuvassa 8.1 (e) määritellyllä tavalla	$\alpha_4 = 0,7$	$\alpha_4 = 0,7$
Laajenemista estävä poikittaispaine	Kaikki tyypit	$\alpha_5 = 1 - 0,04p$ $\geq 0,7$ $\leq 1,0$	–
missä $\lambda = (\Sigma A_{st} - \Sigma A_{st,min})/A_s$ ΣA_{st} poikittaisraudoituksen poikkileikkausala pitkin mitoitusarvon mukaista ankkurointipituutta l_{bd} $\Sigma A_{st,min}$ poikittaisraudoituksen poikkileikkausalan vähimmäisarvo $= 0,25 A_s$ palkeilla ja 0 laatoilla A_s yksittäisen halkaisijaltaan suurimman ankkuroidun tangon poikkileikkausala K kuvan 8.4 arvot p poikittaispaine [MPa] murtorajatilassa pitkin mitoitusarvon mukaista ankkurointipituutta l_{bd} . * Ks. myös kohtaa 8.6: Välttämättä tulla ankkurointipituuden mitoitusarvona l_{bd} voidaan käyttää pienempää arvoa kuin $l_{b,min}$ mikäli tuen kohdalla on vähintään yksi hitsattu poikittaislanka. Tämän edellytetään olevan vähintään 15 mm tuen ulkopinnalta.			

Lisäksi Eurokoodi 2 mukaan ankkurointipituudelle on asetettu vähimmäisarvot

$$\text{Vetorausdoitukselle} \quad l_{bd} = \begin{cases} 0,3l_{b,rqd} \\ 10\phi \\ 100\text{mm} \end{cases}$$

$$\text{Puristusraudoitukselle} \quad l_{bd} = \begin{cases} 0,6l_{b,rqd} \\ 10\phi \\ 100\text{mm} \end{cases}$$

(BY 211 osa 1, 2015, s. 154-160)

4.4 Vaarnatappi

Kun poikittainen raudoitus liitoksessa ei ole täysin ankkuroitu betoniin tulee raudoitus mitoittaa vaarnatappina, täyden leikkauskestävyyden mekanismin sijaan. Vaarnatapin vaikutusta ei ole esitetty Eurokoodeissa mutta se löytyy rakennemääräyskokoelmasta. Vaarnatapin leikkauskestävyyden ehto on halkeaman estäminen. Vaarnatapin kestävyys annetaan kaavalla

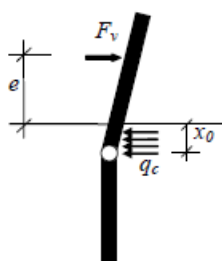
$$F_{vR} = 1.2 * \varnothing^2 \sqrt{f_{cd} f_{yd}} \quad (37)$$

missä F_{vR} on vaarnatapin leikkauskestävyys ja \varnothing vaarnatapin halkaisija.

Vaarnatapin minimisyyvyys betoniin sen toiminnan varmistamiseksi on

$$l_a \geq 6 * \varnothing \quad (38)$$

Yhtälö on johdettu tapille, joka on kuormitettu eksentrisyydellä e . Kaavan johdettua eksentrisyys voidaan asettaa nolllaksi. Plastisuusteoriaa on käytetty kaavan johtamisessa koska molemmat materiaalit on oletettu saavuttavan plastisen käyttäytymisen maksimileikkausvoiman vaikuttaessa.



Kuva 6 Vaarnatappin plastisuusteoria leikkauskestävyydelle, kun toinen osa on upotettu betoniin ja toisessa vaikuttaa leikkausvoima. (Dahlgren & Svensson s. 155)

Kolmiakselialinen tila puristusjännitykselle voidaan saavuttaa, jos betoni on kovasti rasiutettu paikallisesti. Tämä monimutkainen tila vaatii riittävän betonipeitteen tapin ympärillä. Betonin puristuskestävyys kasvaa yksiakselialisen kestävyteen verrattuna. Suurennettu puristuskestävyys voidaan määrittää kaavosta

$$\sigma_{cc,max} = k f_{cd} \quad (39)$$

missä RakMk mukaan $k=4$.

Murtomekanismin savuttaessa betonin maksimipuristusjännityksen, aiheuttaa se varnatappiin, tapin koko pituudelle, reaktion joka on puristusjännityksen suuruinen. Vaarnatappiin syntyvä reaktio q_c on

$$q_c = k f_{cd} \phi \quad (40)$$

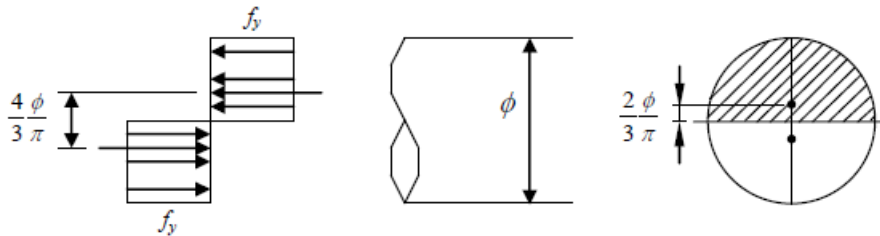
Maksimileikkausvoiman vaikuttaessa sektio x_0 , missä momentti on maksimissaan, voidaan määrittää kaavalla

$$x_0 = \frac{F_{vR}}{q_c} \quad (41)$$

Maksimikuorman, missä vaarnatappi saavuutta murtomekanisminsa, momentti on yhtä suuri kuin plastinen momenttikapasiteetti. Momenttitasauksen avulla sektiossa x_0 maksimimomentti voi ratkaista kaavasta

$$M_{max} = F_{vR} * e + F_{vR} \frac{F_{vR}}{q_c} - q_c \frac{1}{2} * \left(\frac{F_{vR}}{q_c} \right)^2 = F_{vR} * e + \frac{1}{2} \frac{F_{vR}^2}{q_c} \quad (42)$$

Vaarnatapin plastinen momenttikapasiteetti on



Kuva 7 Vaarnatapin plastisen momenttikapasiteetti. (Dahlgren & Svensson s. 157)

$$M_{yd} = f_{yd} \frac{\pi \phi^2}{8} * \frac{4 \phi}{3 \pi} = f_{yd} \frac{\phi^3}{6} \quad (43)$$

Leikkauskestävyys voidaan ratkaista asettamalla maksimimomentti yhtä suureksi kuin plastinen momentti ja asettamalla eksentrisyyden e nolllaksi. Leikkauskestävyys F_{vR} saadaan kaavalla

$$F_{vR} = c_0 * \phi^2 \sqrt{f_{cd} f_{yd}} \quad (44)$$

Missä $c_0 = \sqrt{\frac{k}{3}}$ jolle yleensä käytetään arvoa 1.2

(Dahlgren & Svensson, 2013, s. 154-157)

4.5 Leikkaus kahden betoniliittymäpinnan välillä

Leikkaus kahden betonin liittymässä käsitellään Eurokoodi 2 mukaan liittymän pinta-alayksikköön vaikuttavalla leikkauskestävyydellä tai leikkauslujuudella. Leikkauskestävyys koostuu kolmesta osasta; betonin lujuudesta riippuvasta osasta, leikkauskitkaosasta ja raudoituksen määrästä, ja määritetään kaavalla

$$v_{Rdi} = c f_{ctd} + \mu \sigma_n + \rho f_{sd} (\mu \sin \alpha + \cos \alpha) \leq 0,5 v f_{cd} \quad (45)$$

missä $v = 0,6(1 - \frac{f_{ck}}{250})$

α on vaarnakulma

σ_n on liittymän kohtisuora jännitys, missä puristus on positiivinen. Jos jännitys on vedossa, $c = 0$ ja kestävyys muodostuu ainoastaan raudoituksen vaarnavaikutuksesta, ja pienentää kitkavaikutusta.

c on liittymäpinnan karheudesta riippuva termi

Eurokoodi 2 (2015) mukaan tarkemman tiedon puuttuessa pinnat voidaan luokitella seuraavasti:

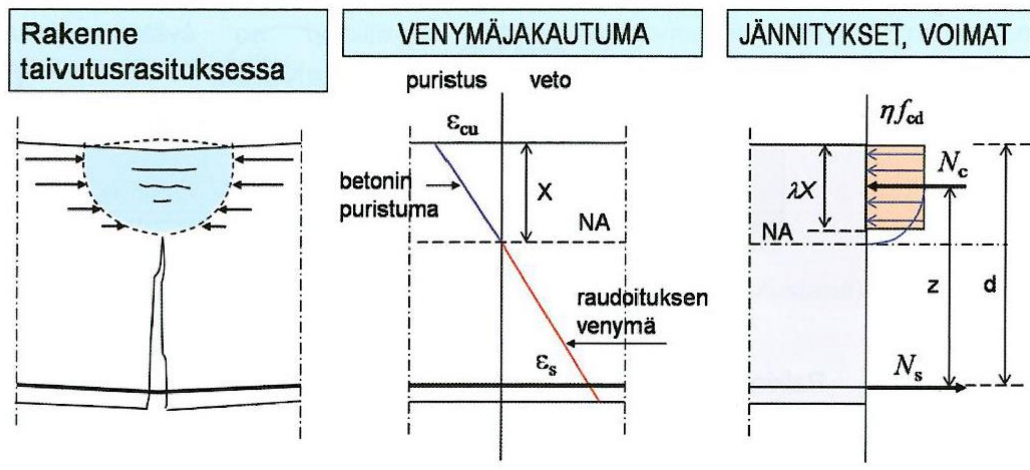
- Hyvin sileä: pinta, joka on valettu teräs-, muovi- tai erikoiskäsiteltyä puumuottia vasten: $c = 0,025 \dots 0,10$ ja $\mu = 0,5$.
- Sileä: liukuvalettu pinta tai ekstruuderipinta tai tärytyksen jälkeen jälkikäsittelemättä jätetty vapaa pinta: $c = 0,20$ ja $\mu = 0,6$.
- Karhea: pinta, jossa on vähintään 3 mm karheus noin 40 mm välein; se saavutetaan urituksella, paljastamalla kiviaines tai muilla menetelmillä, joilla saavutetaan vastaava ominaisuus: $c = 0,40$ ja $\mu = 0,7$.
- Vaarnattu: pinta, jossa kuvan 6.9 mukainen hammastus: $c = 0,50$ ja $\mu = 0,9$.

(By 210, 2005, s. 284-286)

4.6 Palkki

Palkin raudoitus voidaan mitoittaa silloin, kun palkin mitat, materiaali ja mitoituskuorma ovat tiedossa. Todellisuudessa palkin mitoitus on usein iteratiivinen prosessi. Palkin mitoituksessa on monta muuttujaa, jotka valitaan vähitellen suunnittelun edetessä. Tässä työssä oletetaan, että muut ominaisuudet paitsi raudoitus on jo valittu. Tehtävä on löytää palkille sopiva raudoitusmäärä ja sijainti sekä tarkistaa että se kestää sille kohdistuvan rasituksen. Palkki on mitoitettava murtorajatilassa taivutusrasitukselle, leikkausrasitukselle, vääntörasitukselle ja on määritettävä raudoituksen ankkurointi. Käyttöraajatilassa tarkistetaan ovatko halkeamaleveys, taipuma, raudoituksen jännitys ja betonin jännitys sallituissa rajoissa. Perusoletukset palkin rajatiloissa on, että palkki noudattaa Euler-Bernoullin palkkiteoriaa ja että palkki toteuttaa tasapainoehdot.

Murtorajatilassa tehdään palkille perusolettamuksien lisäksi muutama lisäolettaus. Betonin vetokestävyys jätetään huomioimatta. Momentin aiheuttama veto otetaan vastaan ainoastaan vetoteräksillä. Puristusvyöhykkeen murtolujuuden jännitys jakauma ηf_{cd} on korvattu λX korkuisella suorakaiteen muotoisella jakaumalla kuvan 8 mukaan. Poikkileikkauksen oletetaan murtuvan, kun reunapuristuma saavuttaa arvon ϵ_{cu} tai pintakeskiön puristuma saavuttaa arvon ϵ_c . Raudoituksen jännitys on myötöjännityksen suuruinen eli $\sigma_s = f_{yd}$. Raudoituksen venymä riippuu raudoitusmäärästä. Tasapainoraidoitus on suurin raudoitusmäärä A_{sb} , jolla raudoituksen myötöjännitys toteutuu. Raudoituksen jännitysvenymä rajoitetaan arvoon 1%. (By 211 osa 1, 2015, s. 187-188)



Kuva 8 Taivutetun poikkileikkauksen venymä- ja jännitysjaakaumat.

(Betonirakenteiden suunnittelun oppikirja osa 1/by211, s. 94)

4.6.1 Palkin taivutusraudoitus

Koska palkin muut parametrit paitsi rauditus ovat tiedossa, voidaan rauditus mitoittaa seuraavalla tavalla. Tunnetut parametrit ovat:

- mitoitusmomentti M_{Ed}
- poikkileikkauksen mitat b ja d
- betonilujuuden mitoitusarvo f_{cd} ja tehollinen lujuuskerroin η
- Tasapainorausituksen mukaiset suhteellinen momentti μ_{bd} ja tehollinen korkeus β_{bd}

Tasapainorausituksen mukaiset suhteellinen momentti μ_{bd} ja tehollinen korkeus β_{bd} sekä betonin tehollinen lujuuskerroin η voidaan lukea taulukosta:

Taulukko 1 betonin tasapainoraudoituksen mukaiset suhteellinen momentti μ_{bd} ja tehollinen korkeus β_{bd} .

Osavarmuus	$f_{yk}=500 \text{ Mpa}$		$f_{yk}=600 \text{ Mpa}$		$f_{yk}=700 \text{ Mpa}$	
	β_{bd}	μ_{bd}	β_{bd}	μ_{bd}	β_{bd}	μ_{bd}
$\gamma_s=1,15$	0,493	0,372	0,458	0,353	0,428	0,336
$\gamma_s=1,5$	0,485	0,367	0,450	0,349	0,419	0,331

Taulukko 2 betonin tehollinen lujuuskerroin η ja suhdeluku λ .

	$f_{ck} \leq 50 \text{ MPa}$	$50 \text{ MPa} < f_{ck} \leq 90 \text{ MPa}$
η	1	$0,8 - \frac{f_{ck} - 50}{400}$
λ	0,8	$1,0 - \frac{f_{ck} - 50}{200}$

Lasketaan suhteellinen momentti

$$\mu = \frac{M_{Ed}}{\eta_{fcd} b d^2} \quad (46)$$

Tarkistetaan että suhteellinen momentti on pienempi kuin tasapainoraudoituksen mukainen suhteellinen momentti. Eli tarkistus, että poikkileikkaus on riittävä ottamaan vastaan mitoitus momentin.

$$\mu_{bd} \leq \mu \quad (47)$$

Jos ehto ei päde, on poikkileikkaus liian pieni tai betoni liian heikko ja niitä on muutettava.

Jos tämä on mahdotonta, voidaan poikkileikkaukseen lisätä puristusraudoitusta.

Puristusraudoituksen käyttö edellyttää huolellista suunnittelua eikä sitä käsitellä tässä työssä.

Puristusvyöhykkeen suhteellinen korkeus saadaan yhtälöstä:

$$\beta = 1 - \sqrt{1 - 2\mu} \quad (48)$$

mikä on myös mekaaninen raudoitussuhde

$$\omega = \beta \quad (49)$$

Vetorausoituksen pinta-ala lasketaan kaavalla

$$A_s = \omega b d \frac{\eta f_{cd}}{f_{yd}} \quad (50)$$

Vetorausoituksen pinta-ala voidaan myös laskea sisäisen momenttivarren avulla

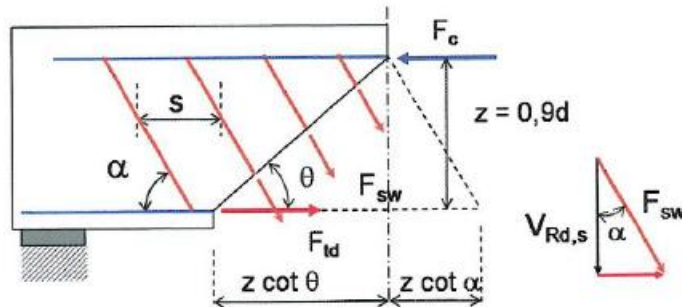
$$z = d \left(1 - \frac{\beta}{2}\right) \quad (51)$$

Vetorausoituksen pinta-ala saadaan sisäisen momenttivarren avulla kaavalla

$$A_s = \frac{M_{Ed}}{z f_{yd}} \quad (52)$$

(By 211 osa 1, 2015, s. 93-101)

4.6.2 Palkin leikkausraudoitus



Kuva 9 Ristikkomenetelmässä käytetyt voimasuureet.

(Betonirakenteiden suunnittelun oppikirja 2013/by211, s. 135)

Leikkausraudoituksen mitoituksessa tunnetut parametrit ovat:

- mitoitusleikkausvoima V_{Ed}
- poikkileikkauksen mitat b ja d
- betonilujuuden mitoitusarvo f_{cd} ja lujuuden pienennyskerroin v , missä v on

$$v = 0,6(1 - \frac{f_{ck}}{250 \text{ MPa}})$$

- maksimimomentin kohdan pääraudoitus A_s

Haat ovat tavallisesti pystyhakoja, kaltevuus $\alpha=90^\circ$. Puristussauvan kaltevuus valitaan väliltä $1 \leq \cot\theta \leq 2,5$. Pienillä kulman arvoilla ankkurointimitoitus ja puristussauvan kestävyys voi tulla kriittiseksi ja tästä syystä voi kulmaa joutua suurentamaan myöhemmässä vaiheessa.

Mitoitusehto leikkausraudoitukselle on

$$V_{Rd,s} \geq V_{Ed} \quad (53)$$

$V_{Rd,s}$ on leikkausraudoituksen kestävyys

$$V_{Rd,s} = f_{ywd} \frac{A_{sw}}{s} z (\cot\theta + \cot\alpha) \sin\alpha \quad (54)$$

Vaadittava leikkausraudoitus

$$\frac{A_{sw}}{s} \geq \frac{V_{Ed}}{z f_{ywd} (\cot\theta + \cot\alpha) \sin\alpha} \quad (55)$$

missä s on hakaväli ja f_{ywd} on leikkausraudoituksen suunnittelumyötölujuus

Valitaan leikkausraudoituksen tankopaksuus ja leikkeisyys A_{sw} . Hakaväli voidaan laskea

$$s \leq \frac{A_{sw}}{V_{Ed}} z f_{ywd} (\cot\theta + \cot\alpha) \sin\alpha \quad (56)$$

Uuman puristusmurtokestävyys on

$$V_{Rd,max} = v f_{cd} b_{cd} b_w z \frac{\cot\theta + \cot\alpha}{1 + \cot^2\theta} \quad (57)$$

Tarkistetaan mitoitusehto

$$V_{Rd,max} \geq V_{Ed} \quad (58)$$

Jos ehto ei päde, on poikkileikkaus liian pieni, betoni liian heikkoa tai kulma θ liian pieni.

Jos ehto toteutuu, voidaan leikkauksen vähimmäismäärä ja maksimiväli tarkistaa.

Leikkausraudoituksen vähimmäisarvolle saadaan

$$\frac{A_{sw}}{s} \geq 0,08b \sin\alpha \left(\frac{\sqrt{\frac{f_{ck}}{MPa}}}{\frac{f_{yk}}{MPa}} \right) \quad (59)$$

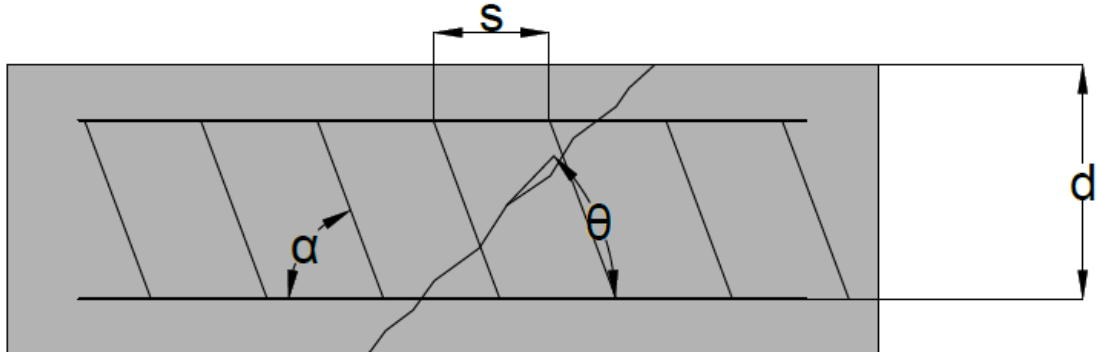
Ja saadaan vähimmäishakaväli

$$s \leq \frac{A_{sw}}{0,08b \sin\alpha} \frac{\frac{f_{yk}}{MPa}}{\sqrt{\frac{f_{ck}}{MPa}}} \quad (60)$$

Suurin sallittu hakaväli on

$$s_{max} = 0,75d(1 + \cot\alpha) \quad (61)$$

Sallitulla hakavälillä s_{max} varmistetaan, että hakaväli on riittävän pieni, jotta halkeaman syntyessä halkeama leikkaa ainakin yhden haan. (By 211 osa 1, 2015, s. 134-135)



Kuva 10 Leikkausraudoitus ja leikkaushalkeama betonipalkissa

4.6.3 Palkkien käyttörajoitus

Käyttörajoituksessa betonin mekaaninen käyttäytyminen poikkeaa murtorajatilasta. Raudituksen jännitys on selvästi kimmoisella alueella. Betonin puristusjännitys on murtolujuutta pienempi mutta sen toimintaan vaikuttaa kuormitusaika. Tämän vuoksi pitää viruma ottaa huomioon muodonmuutoksessa. Betonin vetojännityksen ylittyessä syntyy

betoniin halkeamia. Betonia pidetään halkeamattomana, kun vetojännitys ei ole ylittänyt vetolujuutta sen kuormitushistorian aikana. Teräsbetonin tarkastelu käyttörajatilassa jaetaan halkeamattomaan ja haljenneen tilaan, molemmille tiloille käytetään omia laskentakaavoja.

Raudoituksen vetojännitys on rajattava epälineaarisen venymän aiheuttavan liiallisen halkeilun ja taipuman estämiseksi. Käyttörajatilassa raudoituksen sallima jännitys on rajattu erikseen ominaiskuormien yhdistelmille sekä pakkomuodonmuutoksille ja -siirtymille. Kansallisen liitteen ja Eurokoodin suositusarvot poikkeavat toisistaan.

- Suositusarvo ominaiskuormille kansallisen liitteen mukaan $0,6f_{yk}$ ja eurokoodin mukaan $0,8f_{yk}$
- Suositusarvo pakkomuodonmuutoksille liitteen mukaan $0,8f_{yk}$ ja Eurokoodin mukaan $1,0f_{yk}$

(By 211 osa1, 2015, s.210)

4.7 Laatta

Laatan taivutusmitoitus poikkeaa hyvin vähän palkin taivutusmitoituksesta. Laatta on usein palkkiin verrattuna vähemmän rasiitettu ja sen takia raudoitusaste on alhaisempi. Taivutusraudoitusta tehdään pääsuuntaan. Toiseen suuntaan raudoitus määritetään rakeenteellisten ohjeiden mukaan. Tälle raudoitukselle käytetään nimitystä jakoraudoitus. Ristiin kantaville laatoille molemmat suunnat ovat pääsuuntia ja raudoitus määritetään taivutusmitoituksen mukaan.

4.7.1 Yhteen suuntaan kantavan laatan taivutusmitoitus

Taivutusraudoitusta määritetään laskettujen maksimimomenttien mukaan. Vähemmän rasiitetuilla alueilla määritetään raudoitus momenttijakautuman ja likimääräisten rakenteellisten ohjeiden perusteella.

Raudoituksen mitoitus tehtävässä ulkoisten kuormien aiheuttama rasitus on laskettu ja laatan paksuus sekä betonin lujuusluokka on valittu. Tunnetut parametrit ovat:

- Mitoitusmomentti m_{Ed}
- Poikkileikkauksen tehollinen korkeus d

- Betonilujuuden mitoitusarvo f_{cd}

Mitoitusyhtälön on tarkoitus varmistaa, että laatan momenttikestävyys m_{Rd} on suurempi kuin mitoitusmomentti m_{Ed} .

$$m_{Rd} \geq m_{Ed} \quad (62)$$

Suhteellinen momentti

$$\mu = \frac{m_{Ed}}{\eta f_{cd} d^2} \quad (63)$$

Tarkistetaan että poikkileikkaus on riittävä ottamaan vastaan momentin. Eli että suhteellinen momentti on pienempi kuin tasapainoraudoituksen mukainen suhteellinen momentti.

$$\mu < \mu_{bd} \quad (64)$$

Puristusvyöhykkeen suhteellinen korkeus saadaan yhtälöstä:

$$\beta = 1 - \sqrt{1 - 2\mu} \quad (65)$$

mikä on myös mekaaninen raudoitussuhde

$$\omega = \beta \quad (66)$$

Vetorausituksen pinta-ala lasketaan kaavalla

$$A_s = \omega d \frac{\eta f_{cd}}{f_{yd}} \quad (67)$$

Varmistetaan vähimmäisraudoitusala

$$A_s \geq A_{s,min} \quad (68)$$

Valitaan tankopaksuus \emptyset ja lasketaan tankoväli k

$$k = \frac{A(\emptyset)}{A_s} \quad (69)$$

Varmistetaan maksimitankoväli

$$k \leq s_{max.slabs} \quad (70)$$

Missä maksimitankoväli on

$$s_{max.slab} = \min(2h, 250mm) \quad (71)$$

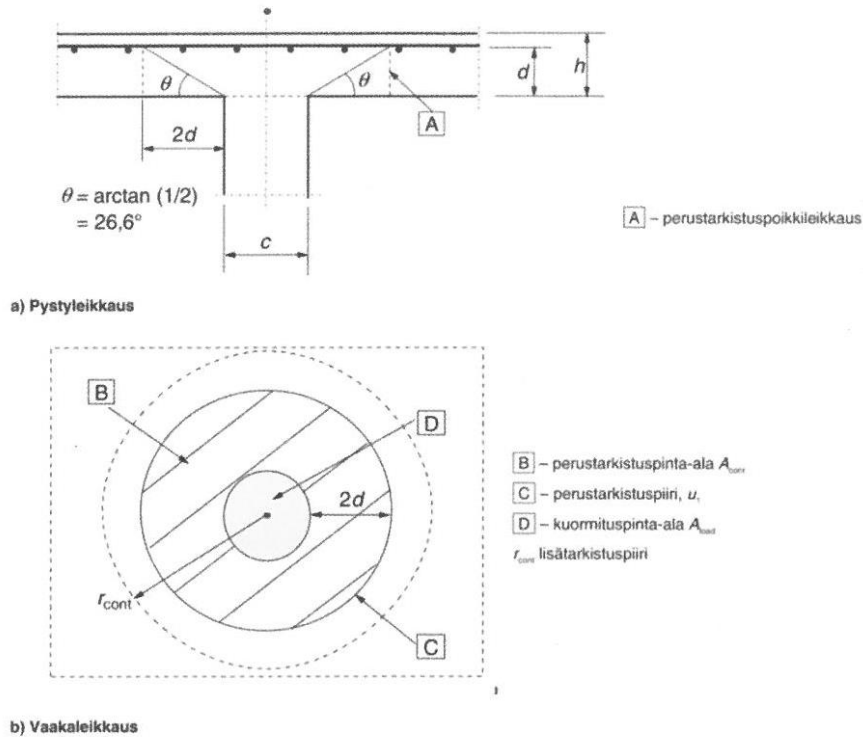
(By 211 osa2 , 2015, s.48-49)

4.7.2 Laatan lävistysmitoitus

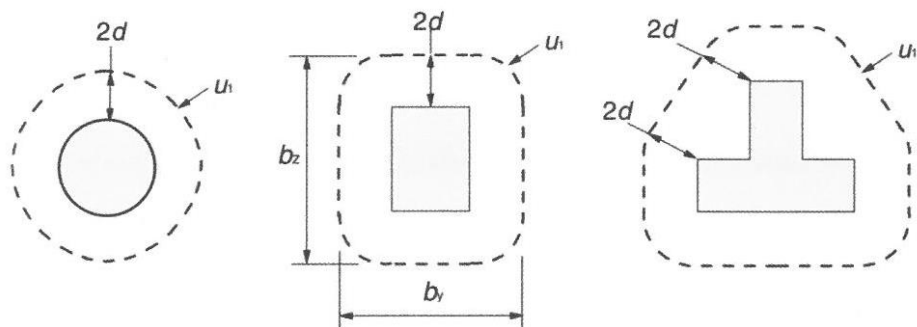
Laattarakenteissa pistemäisen kuorman ympäristössä tapahtuvaa paikallista murtumaa kutsutaan lävistysmurroksi. Pistekuorma aiheuttaa kartiomaisen leikkauksen laatasta. Lävistysmurtuma on tyypillistä laatoissa pilarin päässä ja pistekuormien ympäristössä. Pilarilaatoissa lävistysmurtuma etenee usein taivutushalkeamista. Yläpinnan taivutusraudoituksen, tai pistemäisen kuorman vastakkaisen pinnan raudoituksen, vaikutuksesta syntyy taivutushalkeamia. Halkeamat kaareutuvat kohti pistemäistä kuormaa ja kuorman aiheuttamaa puristusvyöhykettä. Taivutusraudoitus repii laattaan lisää halkeamia. Lävistyskuorma riippuu pilarin poikkileikkausmittojen ja laatan paksuuden suhteesta sekä taivutusraudoituksen määrästä. Laatat pyritään tekemään leikkausraudoittamattomina, tarvittaessa leikkausraudoitusta voidaan lisätä leikkauskestävyyden korottamiseksi.

Eurokoodin 1992 ohjeet lävistykselle on todettu osittain puutteelliseksi. Puutteet on pyritty korjaamaan kansallisen liitteen ohjeilla. Tässä työssä käsitellään kansallisliitteen (2015)/9/ ohjeet.

Lävistysmitoitus tehdään tarkistuspiirin matkalle. Tarkastuspiirejä on kolme, perustarkastuspiiri u_1 , pilarin ulkoreunan piiri u_0 , lisätarkastuspiiri u_{out} .



Kuva 20/6 Lävistyskestävyyden tarkastelumalli /EC2/.



Kuvio 1 Kuormituspintoihin liittyviä perustarkastuspiirejä (Betonirakenteiden suunnittelun oppikirja osa 2/by211, s 106)

Perustarkistuspiirin etäisyys on tasapaksuisille laatoille $2d$ kuormitetusta pinnasta. Vahvistetuille laatoille perustarkastuspiiri on määritettävä tapauskohtaisesti EC2 luvun 6.4.2/8/ mukaan.

Tarkastuspiirin määritetään tehollisella d -mitalla, joka on erisuuntaisten tankojen halkaisijoiden keskiarvo

$$d = \frac{d_y + d_x}{2} \quad (72)$$

Perustarkistuspiirillä tarkistetaan, että leikkausraudoittamattoman laatan läpäisykestävyys on suurempi tai yhtä suuri kuin piirille laskettu leikkausjännitys.

$$v_{Rd,c} \geq v_{Ed,1} \quad (73)$$

Jos tämä ehto ei päde, on laatta mitoitettava ja raudoitettava leikkausraudoituksella.

Lisätarkistuspiirillä määritellään leikkausraudoituksen ulottuma. Se määritetään niin suureksi, että sille laskettu jännitys ei ylitä lävistyskestävyyttä.

Pilarin piirillä varmistetaan, että laatan maksimi lävistyskestävyys on suurempi kuin piirille laskettu leikkausjännitys.

$$v_{Rd,max} \geq v_{Ed,0} \quad (74)$$

Eurokoodin suositus maksimilävistyskestävyydelle poikkeaa kansallisliitteen (2014)/9/ ohjeista.

Mitoitusjännitys on kokonaiskuorman aiheuttama leikkausjännitys tarkastuspiirillä.

$$v_{Ed} = \beta \frac{V_{Ed}}{d u_i} \quad (75)$$

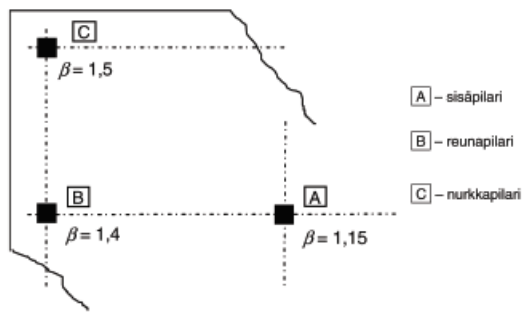
missä u_i on tarkasteltavan tarkistuspiirin pituus

d on tehollinen korkeus

β on epäkeskisen kuorman huomioonottava kerroin,

Keskeisille kuormille $\beta = 1$

Kerroin β voidaan yleensä määrittää pilarin sijaintiin perustuvilla likiarvoilla. Eurokoodin mukaan rakenteen, jonka stabiilius ei riipu laattojen ja pilareiden välisestä kehävaikutuksesta ja laatan jänteiden pituus ei eroa toisistaan enemmän kuin 25%, voidaan käyttää likimääräisiä arvoja. Eurokoodin likimääräiset arvot on esitetty kuvassa 11.



Kuva 11 β arvot lävistysmitoituksessa riippuen pilarin sijainnista. (Eurokoodi 2, 2015, s. 102)

Yleisissä tapauksissa β on laskettava kaavasta

$$\beta = 1 + k \frac{M_{Ed} u_1}{V_{Ed} W_1} \quad (76)$$

missä k on kerroin, joka riippuu pilarin sivumittojen c_1 ja c_2 suhteesta

M_{Ed} on epäkeskeisen kuorman aiheuttama taivutusmomentti

W_1 on tarkistuspiirissä vaikuttavan leikkausvoiman staattinen momentti

Kerroin k voidaan lukea taulukosta

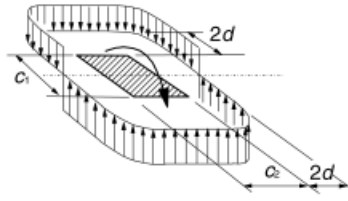
Taulukko 3 kerroin k sivumittojen c_1 ja c_2 perusteella.

c_1/c_2	≤ 0.5	1	2	≥ 3.0
k	0.45	0.6	0.7	0.8

c_1 on kuorman epäkeskisyyden suuntainen pilarin sivumitta

c_2 on sivumitta toisessa suunnassa

Suure W_1 perustustarkistuspiiristä u_1 ja vastaa leikkausjännityksen jakautumista kuvan 12 mukaan.



Kuva 12 Pilarin pään momentin aiheuttaman leikkausjännityksen jakautuma laatan ja sisäpilarin liitoksessa. (Eurokoodi 2, 2015, s. 100)

$$W_i = \int_0^u |e| dl \quad (77)$$

dl on piirin pituusalkio

e on pituusalkion etäisyys akselist, jonka suuntaan momentti M_{Ed} vaikuttaa

Suorakaidepilareissa suure W_1 on muotoa

$$W_1 = \frac{c_1^2}{2} + c_1 c_2 + 4c_2 d + 16d^2 + 2\pi d c_1 \quad (78)$$

Pyöreissä sisäpilareissa kerroin β on

$$\beta = 1 + 0.6\pi \frac{e}{D+4d} \quad (79)$$

missä D on pyöreän pilarin halkaisija

$$e \text{ on kuorman epäkeskisyys } e = M_{Ed}/V_{Ed} \quad (80)$$

Leikkausraudoittamattoman laatan lävistyskestävyys lasketaan kaavalla

$$v_{Rd,c} = C_{Rd,c} k \left(100 \rho_L \frac{f_{ck}}{MPa} \right)^{\frac{1}{3}} MPa \quad (81)$$

Geometrisessa raudoitussuhteessa ρ_L otetaan huomioon vedetyn puolen raudoitus kummassakin suunnassa.

$$\rho_L = \min \left\{ \sqrt{\rho_{Ly} \rho_{Lz}}, 0.02 \right\} \quad (82)$$

Raudoitussuhteet ρ_{Ly} ja ρ_{Lz} ovat raudoitussuhteet molempiin suuntiin, ja ne lasketaan keskimääräisen raudoitusmäärän mukaan $3d$ mittaiselle kaistalle pilarin molemmin puolin.

Raudoitusmääriin huomioidaan vain täysin ankkuroitu raudoitus poikkileikkauksen molemmiin puolin.

$$\rho_{Ly} = \frac{\Sigma A_{sy}}{d(6d+c_1)} \quad (83)$$

$$\rho_{Ly} = \frac{\Sigma A_{sz}}{d(6d+c_2)} \quad (84)$$

Suomen kansallisen liitteen /9/ mukaan kerroin C_{Rdc} lasketaan kaavalla

$$C_{Rdc} = \frac{0.3}{\gamma_c} * \frac{\left(\frac{D}{d}+1.5\right)}{\left(\frac{D}{d}+4\right)} \quad (85)$$

d on laatan tehollinen korkeus

D on pyöreän pilarin halkaisija. Suorakaidepilareille käytetään arvoa

$$D = \sqrt{c_1 c_2} \quad (86)$$

Kun leikkausraudoitusta tarvitaan, lasketaan lävistyskestävyys kaavalla

$$v_{Rd,cs} = 0.75 v_{Rd,c} + 1,5 \left(\frac{d}{s_r}\right) A_{sw} f_{ywd,ef} \left(\frac{1}{u_1 d}\right) \sin \alpha \leq k_{max} v_{Rd,c} \quad (87)$$

missä A_{sw} on pilarin ympäröivän yksittäisen leikkausraudoituskehän raudoituksen pinta-ala

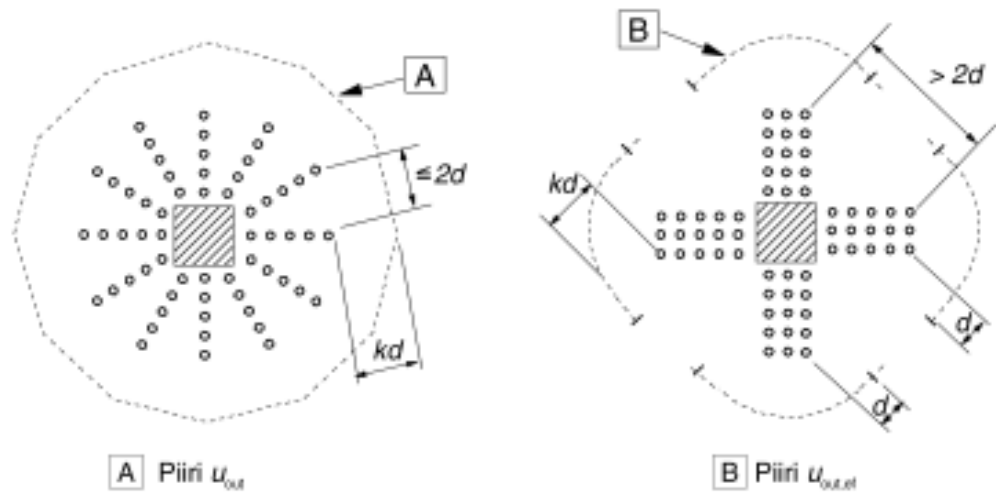
s_r on leikkausraudoituskehien säteittäinen väli

α on leikkausraudoituskehien ja laatan tason välinen kulma

$f_{ywd,ef}$ on lävistysraudoituksen tehollinen mitoituslujuus, joka lasketaan kaavalla

$$f_{ywd,ef} = \min \left\{ \left(250 + 0,25 \frac{d}{mm} \right) MPa \right. \\ \left. f_{ywd} \right\} \quad (88)$$

Leikkausraudoitus sijoitetaan kuvan 13 mukaan. Lisätarkistuspiirin etäisyys saadaan kaavalla



Kuva 13 Leikkausraudoituksen sijoittelu. (Eurokoodi 2, 2015, s. 100)

$$u_{out,ef} = \beta \frac{V_{Ed}}{v_{Rd,c}d} \quad (89)$$

Pilarin juuressa tarkistettava lävistysjännitys ei saa ylittää lävistyskestävyyden ylärajaa

$$v_{Ed} = \beta \frac{V_{Ed}}{u_0 d} \leq V_{Rd,max} \quad (90)$$

jossa sisäpilareissa u_0 on pienin piirin pituus, jonka sisään pilarin poikkileikkaus mahtuu

$$\text{reunapilareissa } u_0 = c_2 + 3d \leq c_2 + 2c_1$$

$$\text{nurkkapilareissa } u_0 = 3d \leq c_2 + 2c_1$$

Suomessa suositusarvo $V_{Rd,max}$:lle on $0,40,4vf_{cd}$

missä

$$v = 0,6 \left[1 - \frac{f_{ck}}{250 \text{ Mpa}} \right] \quad (91)$$

(By 211 osa2, 2015, s.64-73)

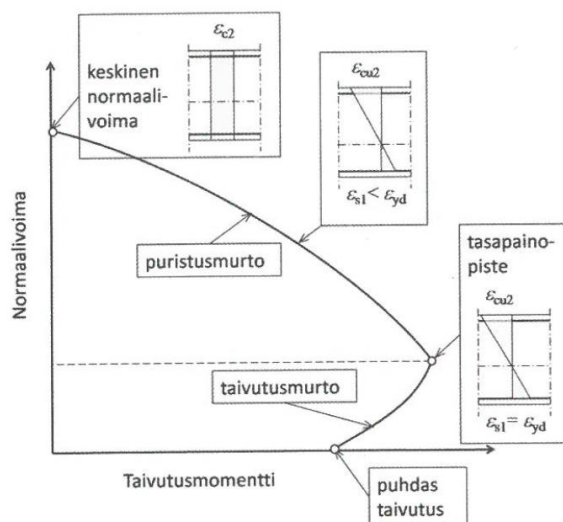
4.8 Pilari

Puristus on pilareiden pääasiallinen kuormitus, mutta niissä esiintyy myös taivutusrasitus.

Pilarin suurempi sivumitta on enintään neljä kertaa suurempi kuin pienempi sivumitta,

suuremmilla sivusuhteilla rakenne mitoitetaan seinänä. Pilareiden poikkileikkaus on usein neliö tai suorakaide, mutta myös pyöreitä poikkileikkauksia esiintyy.

Teräsbetonipilarin rasitus on normaalivoiman ja taivutusmomentin yhdistelmä. Pääosin samat poikkileikkausmitoitusehdotukset kuin palkissa pätevät pilareille. Mitoituksen kannalta merkittävä ero on siinä, että raudoitus voi olla veto- ja puristusrasitettu. Raudoitus voi olla kimmoisessa tai plastisessa tilassa. Tämän takia mitoitusyhtälöitä ei voida muodostaa puhtaan taivutuksen tavalla. Pilaripoikkileikkauksen vakiintunut mitoituskäytäntö on verrata poikkileikkauksen normaalivoiman ja taivutusmomentin yhdistelmää kuormituksesta tuleviin voimasuureisiin. Käytännön mitoitukseen löytyy useita valmiiksi laskettuja käyrästöjä.



Kuva 14 Pilaripoikkileikkauksen kestävyys yhteysvaikutuskäyrä

(Betonirakenteiden suunnittelun oppikirja osa 2/by211, s106)

Raudoituksen suunnittelussa pätevät samat periaatteet kuin palkkien raudoituksen suunnittelussa. Pääraudoiksi valitaan mahdollisimman paksuja tankoja ja ne tehdään tavallisesti symmetriseksi ja samanlaisiksi koko pilarin pituudelle. Päätangot sijoitetaan mahdollisimman lähelle pilarin nurkkia, kunhan betonipeitevaatimukset ja tankovälisäännöt toteutuvat. Eurokoodin antamat ohjearvot raudoitukselle ovat päätankojen vähimmäishalkaisija, raudoituksen vähimmäis- ja enimmäismäärä sekä tankovälin vähimmäisarvo. (Betonirakenteiden suunnittelun oppikirja osa 2/by211, s106)

4.8.1 Pilarin pääraudoitus

Käyrät ovat usein tehty suhteellisille normaalivoiman ja momentin arvoille. Suhteelliset arvot määritetään kaavoilla.

Suhteellinen normaalivoima:

$$n = \frac{N_{Ed}}{bh f_{cd}} \quad (92)$$

Suhteellinen momentti:

$$\mu = \frac{M_{Ed}}{f_{cd} b h^2} \quad (93)$$

Suhteellisen normaalivoiman ja momentin avulla voi käyrästä lukea raudoitussuhteen ω . Käyrästä oleva raudoitussuhde antaa symmetrisen raudoituksen kokonaismäärän.

Raudoitusmäärän mekaaninen raudoitussuhteen arvo on

$$\omega = \frac{A_s f_{yd}}{bh f_{cd}} \quad (94)$$

josta raudoitusmäärä A_s saadaan ratkaistua

$$A_s = \omega b h \frac{f_{cd}}{f_{yd}} \quad (95)$$

Päätankojen vähimmäishalkaisija on 8mm. Pilareiden pääraudoituksen vähimmäismäärä $A_{s,min}$ saadaan kaavalla

$$A_{s,min} = \min \left\{ \frac{0,10 N_{Ed}}{f_{yd}}, 0,002 A_c \right\} \quad (96)$$

missä

- N_{Ed} on pilarin mitoitus normaalivoima
- f_{yd} on teräksen mitoitus myötölujuus
- A_c on pilarin betonipoikkileikkauksen pinta-ala

Pilareiden pääraudoituksen enimmäismäärä $A_{s,max}$ on Suomen kansallisen liitteen /9/ mukaan, EC2:n mukainen suositusarvo

- 0,06 A_c jatkosten ulkopuolella, EC2:n mukainen suositusarvo 0,04 A_c
- 0,12 A_c limitjatkosten alueella, EC2:n mukainen suositusarvo 0,08 A_c

(By 211 osa2, 2015, s.103-117,135)

4.8.2 Pilarin hakaraudoitus

Hakaraudoitus sitoo pääraudoituksen, se estää puristettujen rautojen nurjahdusta murtorajatilassa ja ottaa vastaan pilariin syntyviä halkaisuvoimia. Hakaraudoitus voi olla ympärikiertäviä erikoishakoja, kierrehakoja tai erillisiä lenkkejä. Sidotuiksi tangoiksi katsotaan kaikki tangot, jotka ovat haan taitteessa, tai sivuilla olevat tangot jotka ovat enintään 150 mm sidotusta tangosta. Muut tangot on sidottava lisähaoilla. Hakaraudoituksen vähimmäishalkaisijoille ja hakavälin maksimietäisyydelle on ohjeita eurokoodissa.

Vähimmäishalkaisija määräytyy paksumman päätangon ϕ_L tai alarajan 6mm mukaan, kumpi on suurempi. Niputetuille päätangoille käytetään tangon pinta-alalle ekvivalenttia halkaisijaa $\phi_L = \phi_n$

$$\phi_{t,min} = \max \left\{ \begin{matrix} 6mm \\ 0,25 \phi_L \end{matrix} \right\} \quad (97)$$

Enimmäisjakoväli määräytyy ohuimman päätangon ϕ_L , ylärajan 400 mm tai pilarin pienimmän sivumitan mukaan, sen mikä on pienin. Silloin kun poikkileikkauksessa käytetään useita tankopaksumuksia, on ϕ_L ohuimman päätangon halkaisija, nippuraudoituksessa yksittäisen tangon halkaisija. Eurokoodin antama suositusarvo on 20 ϕ_L

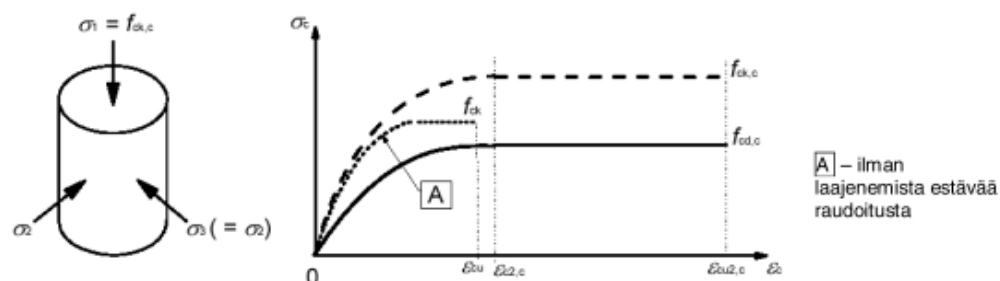
$$s_{cL,tmax} = \min \left\{ \begin{matrix} 15 \phi_L \\ 400 mm \\ \text{pilarin pienin sivumita} \end{matrix} \right\} \quad (98)$$

Suuremman sivumitan etäisyydellä pilarien päissä, on hakaväliä pienennettävä. Pistemäiset kuormat ja liitokset voivat aiheuttaa halkaisuvoimia pilareiden päihin. Tämän vuoksi on hakaväliä pienennettävä pilareiden päissä. Pienennetty hakaväli sijoitetaan suuremman

sivumitan matkalle ja hakaväli on oltava pienempi kun $0,6 s_{CL,tmax}$. (By 211 osa2, 2015, s.136-137)

4.8.3 Laajenemista estävästi raudoitettu betoni

Pääraudoituksen nurjahduksen estämisen ohella hakaraudoitus voi myös lisätä pilarin puristuskestävyyttä. Hakaraudoitus estää puristetun rakenteen sivuttaista laajenemista, ja tämän takia muuttaa jännitys-muodonmuutosyhteyden, joka mahdollistaa suuremman lujuuden ja suuremmat kriittiset muodonmuutosarvot. Tällaista rakennetta kutsutaan laajenemista estäväksi raudoitetuksi betoniksi. Kuva esittää hakaraudoituksen aiheuttamaa betonin suurennettua puristuskestävyyttä.



Kuva 15 Laajenemista estävästi raudoitettun betonin jännitys-muodonmuutosyhteys. EC2

Laajenemista estävän raudoituksen sallitaan plastisoitua betonin poikittaisen laajenemisen vuoksi ja se voi koostua hyvin ankkuroiduista umpihaoista tai ristikkäisistä poikittaistangoista.

EC2 mukaan lujuuden ja muodonmuutoksen ominaisarvoja voidaan suurentaa

$$f_{ck,c} = f_{ck} \left(1 + 5 \frac{\sigma_2}{f_{ck}} \right) \quad \text{kun } \sigma_2 \leq 0,05 f_{ck}$$

$$f_{ck,c} = f_{ck} \left(1,125 + 2,5 \frac{\sigma_2}{f_{ck}} \right) \quad \text{kun } \sigma_2 > 0,05 f_{ck}$$

$$\varepsilon_{c2,c} = \varepsilon_{c2} \left(\frac{f_{ck,c}}{f_{ck}} \right)^2$$

$$\varepsilon_{cu2,c} = \varepsilon_{cu2} + 0,2 \frac{\sigma_2}{f_{ck}}$$

missä σ_2 on laajenemista estävän raudoituksen aiheuttama tehollinen poikittainen puristusjännitys murtorajatilassa, $\sigma = E \cdot \varepsilon$

ε_{c2} ja ε_{cu2} on poikittainen puristuma joka saadaan alla olevasta taulukosta

Taulukko 4 kevytbetonin jännitys- ja muodonmuutosominaisuudet. (EC2. s.183)

Taulukko 11.3.1 Kevytbetonin jännitys- ja muodonmuutosominaisuudet														Analyttinen yhteys/ selvitys
Kevytbetonin lujuusluokat														
f_{ck} (MPa)	12	16	20	25	30	35	40	45	50	55	60	70	80	
$f_{ck, cube}$ (MPa)	13	18	22	28	33	38	44	50	55	60	66	77	88	
f_{cm} (MPa)	17	22	28	33	38	43	48	53	58	63	68	78	88	Kun $f_{ck} \geq 20$ Mpa $f_{cm} = f_{ck} + 8$ (Mpa)
f_{ctm} (MPa)	$f_{ctm} = f_{ctm} \cdot \eta_{t1}$													$\eta_{t1} = 0,40 + 0,60p/2200$
$f_{ctk, 0,05}$ (MPa)	$f_{ctk, 0,05} = f_{ctk, 0,05} \cdot \eta_{t1}$													5 % fraktiili
$f_{ctk, 0,95}$ (MPa)	$f_{ctk, 0,95} = f_{ctk, 0,95} \cdot \eta_{t1}$													95 % fraktiili
E_{cm} (GPa)	$E_{cm} = E_{cm} \cdot \eta_E$													$\eta_E = (p/2200)^2$
ε_{k1} (‰)	$\begin{cases} \text{[AC]} > k f_{cm} / (E_{cm} \eta_E) \\ \text{[AC]} < k f_{cm} / (E_{cm} \eta_E) \end{cases} \quad \begin{cases} k = 1,1 \text{ kevytkivialnesbetonissa, jossa kivialnes on hlekkää} \\ k = 1,0 \text{ kevytkivialnesbetonissa, joissa on hlenoa ja kärkeää} \\ \text{kivialnesta} \end{cases}$													ks. kuvaa 3.2
ε_{ku1} (‰)	ε_{ku1}													ks. kuvaa 3.2
ε_{k2} (‰)	2,0									2,2	2,3	2,4	2,5	ks. kuvaa 3.3
ε_{ku2} (‰)	3,5 η_{t1}									3,1 η_{t1}	2,9 η_{t1}	2,7 η_{t1}	2,6 η_{t1}	ks. kuvaa 3.3 $ \varepsilon_{ku2} \geq \varepsilon_{k2} $
n	2,0									1,75	1,6	1,45	1,4	
ε_{ku2} (‰)	1,75									1,8	1,9	2,0	2,2	ks. kuvaa 3.4
ε_{ku3} (‰)	3,5 η_{t1}									3,1 η_{t1}	2,9 η_{t1}	2,7 η_{t1}	2,6 η_{t1}	ks. kuvaa 3.4 $\varepsilon_{ku3} \geq \varepsilon_{k3} $

4.9 Pilariantura

4.9.1 Raudoitettu pilariantura

Pilarianturat voidaan tehdä raudoittamattomina silloin kuin anturan korkeus h_f on riittävän suuri verrattuna anturan vapaaseen reunamittaan a . EC 2:n mukainen ehto on:

$$h_f \geq 3.35a \sqrt{\frac{\sigma_{gd}}{f_{ctd,pl}}} \quad (99)$$

missä $f_{ctd,pl}$ on raudoittamattoman betonin vetolujuus

$$f_{ctd,pl} = \alpha_{ct,pl} \frac{f_{ctk,0,05}}{\gamma_c} \quad (100)$$

σ_{gd} on pohjapaineen mitoitusarvo.

Yksinkertaisuuden vuoksi voidaan käyttää varmalla puolella olevaa arvoa $h_f \geq 2a$ (101)

Raudoitus tehdään laatan taivutusmitoituksen mukaan. Taivutusmitoitus tehdään määräävässä poikkileikkauksessa. Raudoitus tulee täyttää vähimmäisraudoituksen vaatima määrä molemmissa suunnassa.

Taivutuksen mitoitusmomentti leikkauksessa on

$$M_{Ed1} = \frac{1}{2} \sigma_{gd} a_1^2 B \quad (102)$$

(By 211 osa2, 2015, s. 193-195)

4.9.2 Paikallinen puristus

Kun kuorma jakaantuu paikallisesti tasaisesti alueelle A_{c0} kuvan 16 mukaan, pistekuormakestävyys voidaan suurentaa kaavan 103 mukaan.

$$F_{Rdu} = A_{c0} * f_{cd} * \sqrt{\frac{A_{c1}}{A_{c0}}} \leq 3,0 * f_{cd} * A_{c0} \quad (103)$$

missä

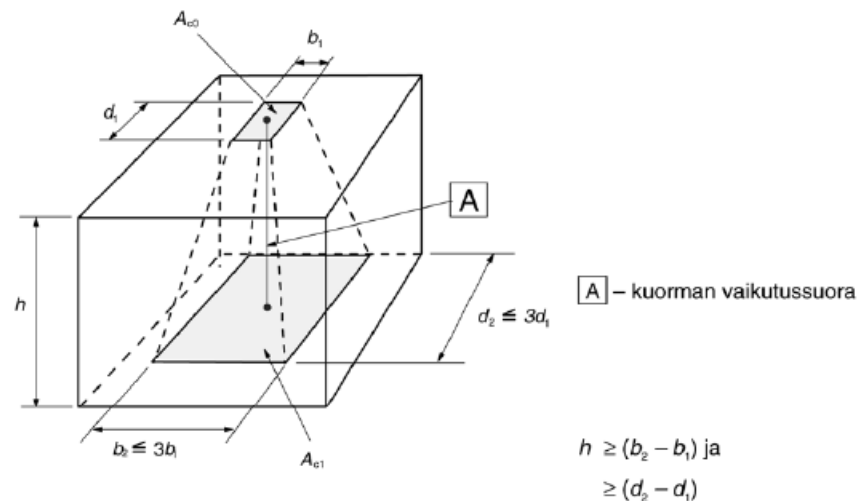
A_{c0} on kuormitusalue

A_{c1} on mitoituksessa käytettävä jakautumisalue, joka on samanmuotoinen kuin A_{c0}

F_{Rdu} edellyttämä jakautumisalue A_{c1} määritetään täyttävän seuraavat ehdot:

- Kuorman jakautumiskorkeudelle on vastattava ehdot $h \geq (b_2 - b_1)$ sekä

$$h \geq (d_2 - d_1)$$
- Jakautumisalueen A_{c1} keskipiste on kuorman vaikutussuoralla
- Mitoitusjakauma-alueet eivät saa limittyä keskenään, jos poikkileikkausta kuormittaa kahta tai useampaa puristuskuormaa.



Kuva 16 Paikallinen puristus. (EC 2 s. 111)

4.9.3 Kalliovarainen pilariantura

Kun pohjapaine ylittää murtorajatilassa arvon $q_2=3\text{MPa}$ on anturaan laitettava riittävä poikittaisraudoitus, jotta se kestää anturan halkaisuvoimia. Halkaisuraudoitus jaetaan tasaisesti halkaisuvoiman suunnassa korkeudelle h , missä h on pienempi mitoista b ja H .

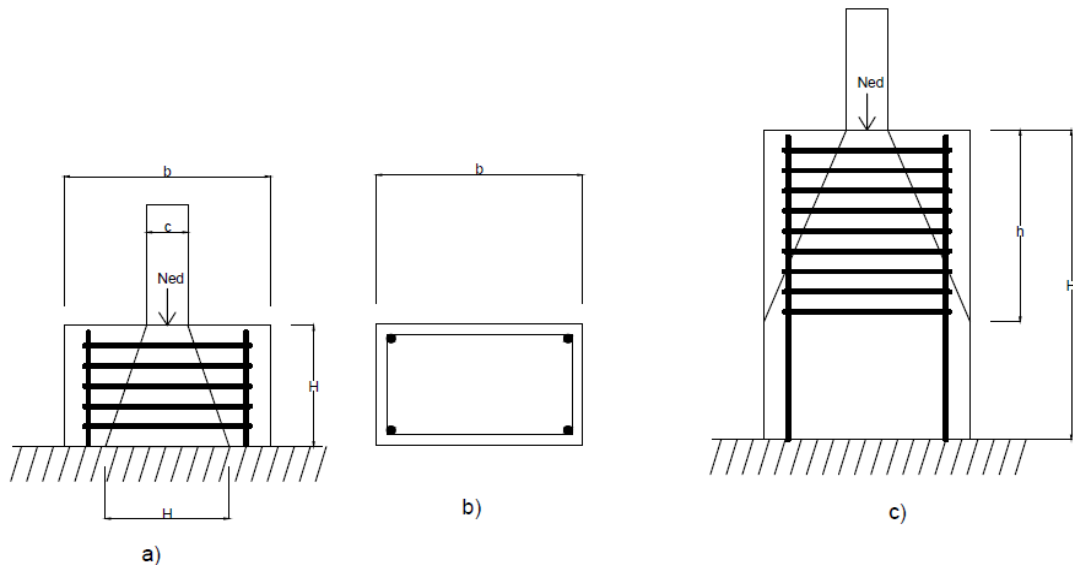
Halkaisuvoima F_s lasketaan kaavalla

$$F_s = 0,25 \left(1 - \frac{c}{h}\right) N_{Ed} \quad (104)$$

Ja tarvittava raudoitusmäärä saadaan kaavasta

$$A_s = \frac{F_s}{f_{yd}} \quad (105)$$

(By60, 2009, s130)



Kuva 17 a) Anturan hakaraudoitettava alue, kun $H < b$. b) Anturan leveys b . c) Anturan hakaraudoitettava alue, kun $b < H$.

4.10 Virhearviointi

FEM-analyysistä saadut vastaukset sisältävät virhettä, paitsi tapauksissa missä matemaattinen malli on niin yksinkertainen, ettei FEM-analyysi olisi tarpeellinen. Virheillä tarkoitetaan poikkeuksia FEM-laskelman ja tarkan analyttisen laskelman saaduista arvoissa. Syyt virheiden syntymiseen ovat monia ja saattavat johtua käyttäjän tekemistä virheistä tai ohjelman puutteista. FEM-laskelmaa analysoidessa käyttäjän on tarkistettava ja osattavaa määrittää, että laskelmien virheet pysyvät sallitussa rajoissa.

Mallintamisesta tulevat virheet viittaavat fyysisen systeemin ja matemaattisen mallin eroihin. Analysoitu rakenne ei ole todellinen rakenne vaan matemaattinen malli, joka on yksinkertaistettu. Kiinnikkeiden detaljointi, pienet reiät, muut epäsäännöllisyydet ja

materiaalin epäyhtenäisyys jätetään usein huomioimatta. Kuormitukset on usein yksinkertaistettu. Reunaehdot idealisoidaan, ne määritetään usein niveleksi tai täysin jäykiksi, vaikka mikään reunaehto ei ikinä ole täysin jäykkä tai jäykistämätön. Rakenne määritetään tasoina eikä kolmiulotteisina kappaleina. Mallintamisesta tulevat virheet johtuvat useinärkevistä approksimaatioista ja ongelman luonteen epävarmuudesta.

Käyttäjän tekemät erehdykset johtavat myös virheisiin. Virheitä tulee silloin kun käyttäjä tekee erehdyksen, vaikka hän on ymmärtänyt ongelman luonteen. Rakenne on mallinnettu väärillä elementeillä, esimerkiksi laattaelementtiä on käytetty, vaikka rakenne pitäisi kuvata kuorena. Verkkoa ei ole määritetty tarpeeksi tiheäksi. Virheet saattavat jopa johtua käyttäjän syöttämästä väärästä arvosta, tällöin mallinnettu rakenne ei vastaa sitä mitä piti mallintaa. Myös tulosten väärä tulkinta voi lisätä käyttäjän tekemiä virheitä.

FEM-ohjelmat eivät aina ole täsmällisiä ja ohjelma saattaa antaa virheellisen arvon, vaikka käyttäjä on sen mallintanut oikein. Ohjelmat on usein rakennettu niin että ne pysäyttävät laskennan, jos ne huomaavat virheen. Pahimmissa tapauksissa ohjelma ei pysäytä laskelman ja antaa virheellisen tuloksen.

Diskretisoinnista syntyvät virheet syntyvät, kun matemaattinen malli kuvataan elementtimenetelmällä. Matemaattisen mallin siirtymävapausasteiden lukumäärä on äärettömä mutta elementtimenetelmässä lukumäärä ovat aina äärellinen. FEM-laskennan tulos riippuu elementtien määrästä, elementtien solmupisteistä, elementin muotoyhtälöistä, isoparametrinen elementtien integrointisäännöistä ja muista elementtien muotoilutavoista.

Arvojen pyöristys aiheuttaa virheitä, kun arvot on pyöristettävä sopimaan FEM-ohjelmassa sallittuun arvopituuteen. Ohjelma sallii ainoastaan jonkun arvon pituuden ja pyöristää liian pitkät arvot lähimpään sallittuun pituuteen. Tämä johtaa usein syötetyn datan virheisiin, joiden vaikutus jatkuu laskelman edetessä. (Cook ym., 2002, s. 300-331)

5 Esimerkkilaskelma

5.1 Yleistä

Tässä työssä rakenneosien mitoituksen selvittämiseen on tehty esimerkkilaskelmat. Mitoitettavina rakenteina ovat pilari, laatta, antura ja palkki. Rakenteiden kuormitukset on mitoitettu Strusoft Fem-design FEM-laskentaohjelmalla. Raudoitus on mitoitettu murtorajatilassa tämän työn esitetyillä menetelmillä Excel-laskentapohjilla. Mitoituskohteena pilarille, laatalle ja anturalle on maanalainen varasto. Palkin mitoituskohde on maanalainen logistiikkakeskus.

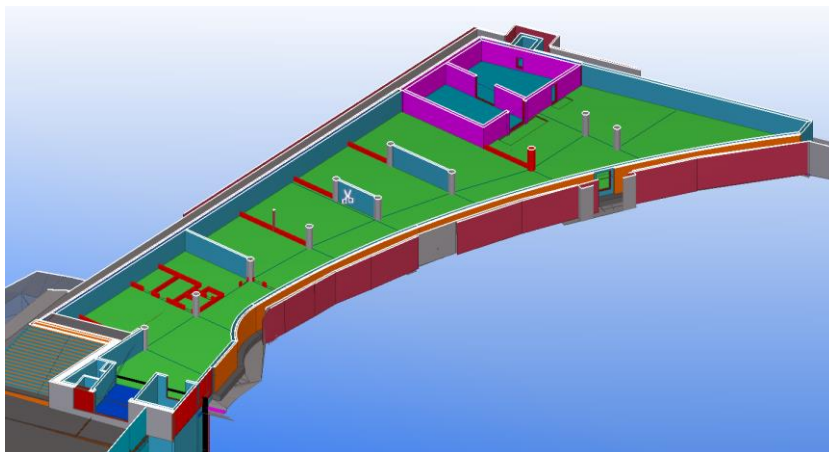
Tässä työssä ei käsitellä ohjelmien tarkkaa käyttöliittymää. FEM-laskentaohjelmia on monia ja jokaisella on oma käyttöliittymä ja käyttötapa. Ohjelmavalmistajalle on eduksi, että käyttäjä osaa käyttää heidän tarjoamaansa ohjelmaa ja siksi heillä on usein myös hyvät käyttöohjeet. Työssä käsitellään kuitenkin FEM-ohjelmien yleisiä, käyttöön liittyviä asioita jotka eivät paljonkaan vaihtelee ohjelmien välillä.

5.2 Kuormien mitoitus

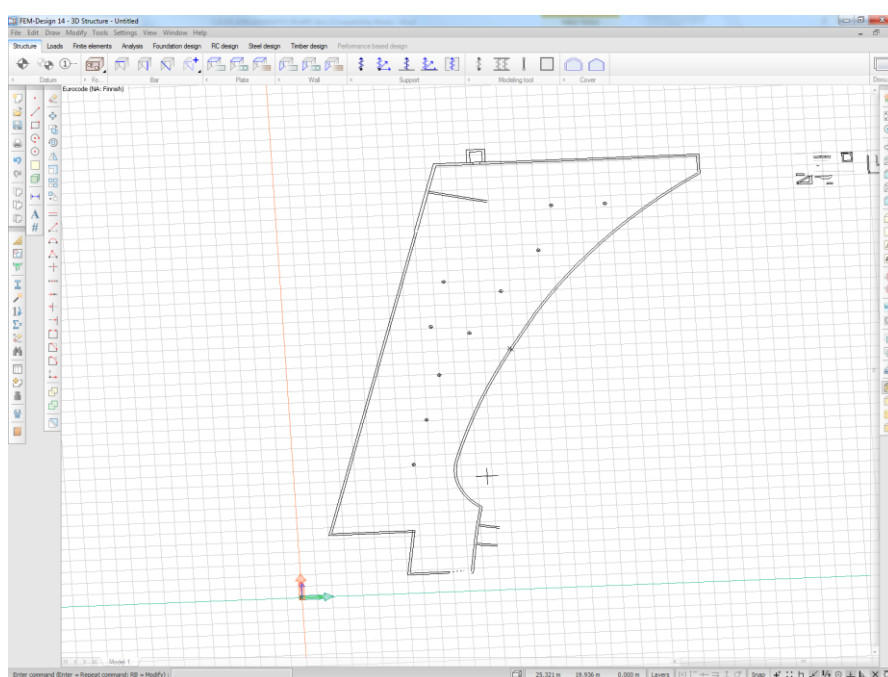
5.2.1 Varasto

Mitoituskohteena on maanalainen varasto. Rakenne sijaitsee maan alla, joten sitä kuormittaa kansirakenteen omapaino, kansirakenteen päällä olevan maamassan paino, maanpäällisten istutusaltaiden omapaino ja hyötykuorma.

Mitoitettavina rakenteina on varaston kansilaatta, sitä kantavat pilarit ja pilareiden anturat. Rakenteen mallintamisen helpottamiseksi on malliin lisätty referenssikuva. Referenssikuvan lisääminen ei ole mallintamisessa välttämätöntä, mutta helpottaa monimutkaisemman geometrian mallintamista. Rakennekohteen kaareva ja epäsymmetrinen muoto on vaikea mallintaa.



Kuva 18 Mitoituskohteen malli.



Kuva 19 Referenssikuva lisätty FEM-ohjelmaan

Rakenteiden dimensiot ja materiaali ovat

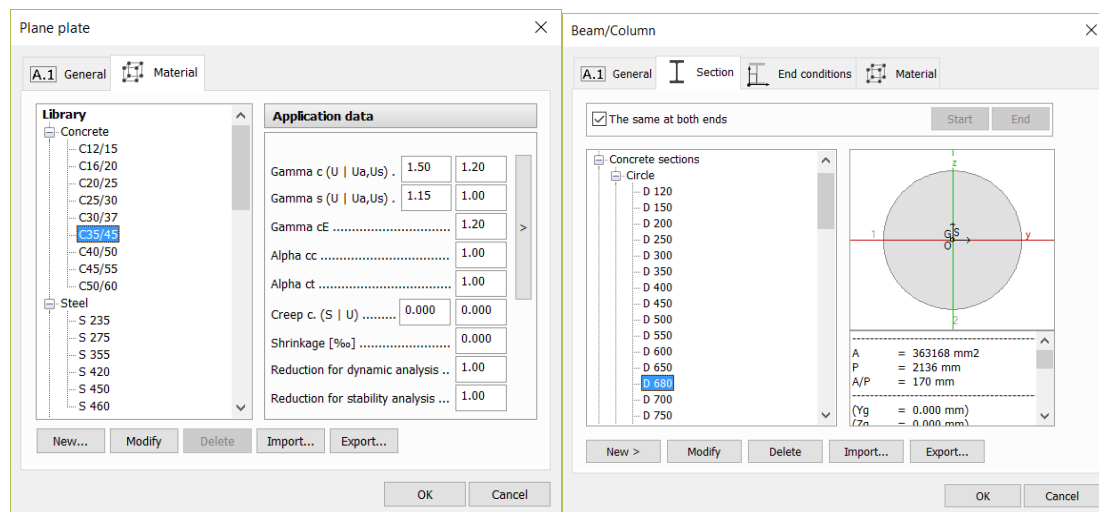
Pilarit: D680 L 4460 mm C50/60

Kansilaatta: h 500 mm C35/45

Anturat: 1600 mm x 1600 mm h 1000 mm C30/37

Kansilaatta on FEM-malliin määritetty levytyökalulla yhtenä kappaleena. Kansilaatalle on määritetty sen paksuus ja materiaali. Pilarit ovat määritetty pilarityökalulla, niille on

määritetty pituus, muoto, materiaali ja pilaripäiden siirtymävapaudet. Pilareiden päiden siirtymävapaudet on määritetty nivelinä kansilaattaan ja jäykästi kiinnitetty anturaan.



Kuva 20 Esimerkki ohjelman geometria- ja materiaalikirjastoista.

Rakennemalli ei toimi ilman tukia. Pilarien päihin on lisätty pistetuki (point support group). Pistetuille on määritetty jäykkyysarvot. Jäykkyysarvot on valittu jäykäksi jokaiseen suuntaan siirtymälle ja kiertymälle. Rakenteen seinät on korvattu viivatuilla. Viivatuet on valittu estämään siirtymää ainoastaan z-suuntaan, viivatuille on määritetty jäykkyysarvoiksi 400000 kN/m/m, Jäykkyysarvo on valittu äärettömyydestä poikkeavaksi, jotta se kuvaisi seinän vaikutusta laattaan paremmin.

Kun malli on määritetty, on kuormat lisätty. Kuormien lisääminen aloitetaan määrittämällä kuormitustapaukset. Kuormitustapauksia on lisätty jokaiselle kuormalle. Eli hyötykuormille ja omapainolle määritetään omat kuormitustapaukset, myös kuormille joiden sijoitus voi vaihdella, kannattaa määrittää omat kuormitustapaukset jokaiselle sijoitukselle. Tämä kuormien erittely auttaa kuormien ryhmittelyssä myöhemmässä vaiheessa. Kuormitustapauksissa on mahdollisuus määrittää sille tyyppi ja luokka. Tyypille on tyypillistä, että kuormat jätetään tavalliseksi (ordinary) paitsi ominaiskuorma jolle on valittu sen sisältävän rakenteiden ominaispainon, näin olleen kuormitustapaus lisää itsestään kuorman jokaiselle rakenneosalle sen paksuuden ja materiaalin mukaan.

Kun kuormitustapaukset on määritetty, on malliin mallinnettu kuormat. Kuormat ovat piste-, viiva- ja pintakuormia. Kansilaatalle lisätään siihen tulevat kuormat. Omapaine on jo aikaisemmissa kuormitustapauksissa määritetty sisältävän ominaispainon, joten sitä ei tarvitse erikseen lisätä. Jokaiseen kuormitustapaukseen on lisätty sen kuormat. Kuormat ovat tasomaisia ja niiden geometrian määrittäminen on samanlainen kuin levyllä. Kuormat on määritetty ominaiskuormina ja positiivinen suunta on valittu olevan z-suunnan vastakkainen, näin kuormat voidaan ohjelmalle määrittää positiivisena ja silti osoittaa oikeaan suuntaan. Kansirakenteen päällä oleva maamassa on epätasaisesti jakaantunut, maamassan korkeus nousee paikallisesti rakenteen päällä. FEM-malliin tämä vaihteleva maamassa on mallinnettu epälineaarisella kuormitusalueella, missä maamassa kasvaa, ja tasaisella kuormalla muun rakenteen päällä.

Kansirakenteen päällä olevien rakenteiden omapaino: $g.k=16.25 \text{ kN/m}^2$

Istutusaltat (D2000): $g.k=24 \text{ kN/m}^2$

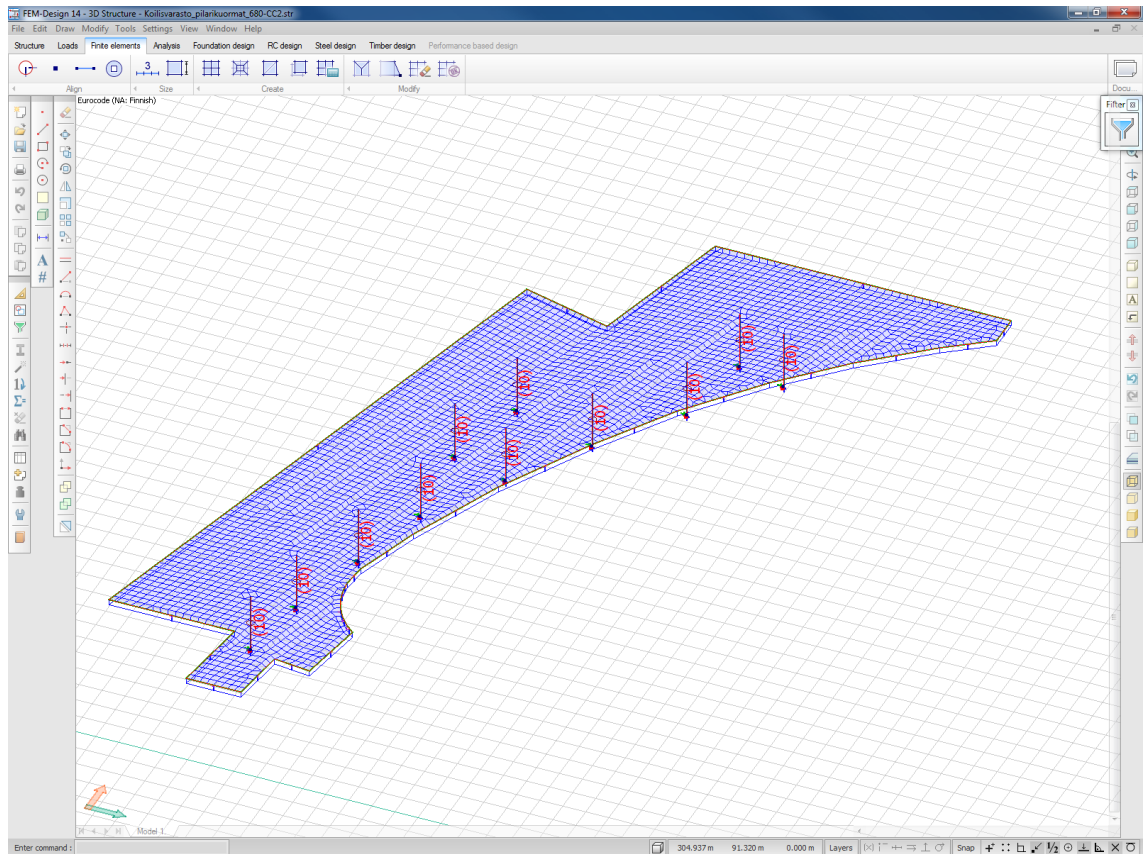
Hyötykuorma: $q.k=10 \text{ kN/m}^2$

Maamassa: $56.7 \text{ kN/m}^2 \dots 14.07 \text{ kN/m}^2$ epätasaisella alueella

14.07 kN/m^2 muu rakenne.

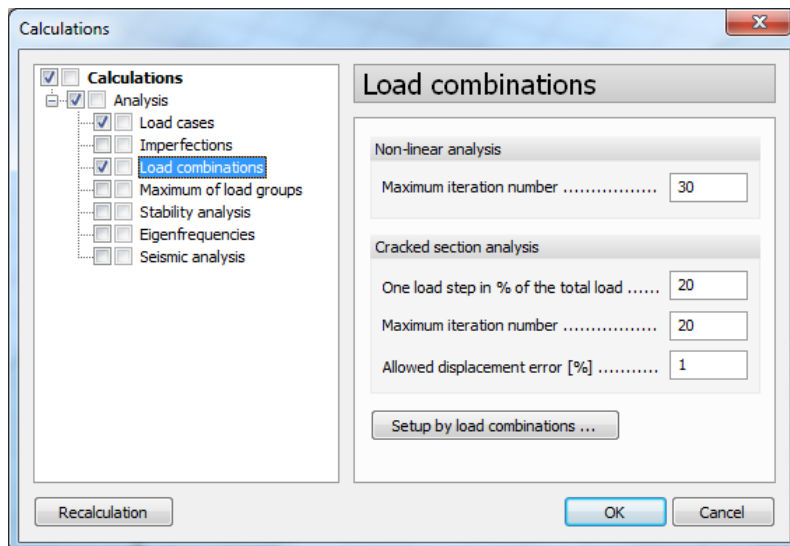
Kun kuormat on lisätty, on kuormitustapaukset ryhmitelty. Tässä vaiheessa määritetään kuormille varmuuskertoimet, rakennelaskelmissa on käytetty varmuusarvo 1.15 ominaiskuormille ja 1.5 hyötykuormille.

Kun kuormat on ryhmitelty, voidaan koota elementtiverkko. Ohjelma luo verkon automaattisesti Generate toiminnon ajamalla. Ohjelma luo verkon mallin geometrian ja oletusasetuksien mukaan. Oletusasetukset voidaan muuttaa settings-kohdassa, tiheämpi verkko tuo tarkemmat arvot, joten verkko kannattaa pitää mahdollisimman tiheänä. Alla olevasta kuvasta näkee verkon elementtien keskikoon ja sauvaelementtien jakoluvun, eli kuinka moneen elementtiin sauva tulee jakaa.



Kuva 21 Esimerkki verkotetusta FEM-mallista.

Calculations toiminnolla määritetään mitä ohjelman tulee laskea. Mallilla halutaan selvittää rakenneosien kuormitukset. Kuormat ovat yhdistetty Load combination-toiminnolla, joten jotta ohjelma osaa laskea yhdistetyt kuormitukset tulee sen ensin laskea yksittäiset kuormitustapaukset. Tässä analyysissä on siis määritetty ohjelma laskemaan tapaukset Load cases ja Load combinations.

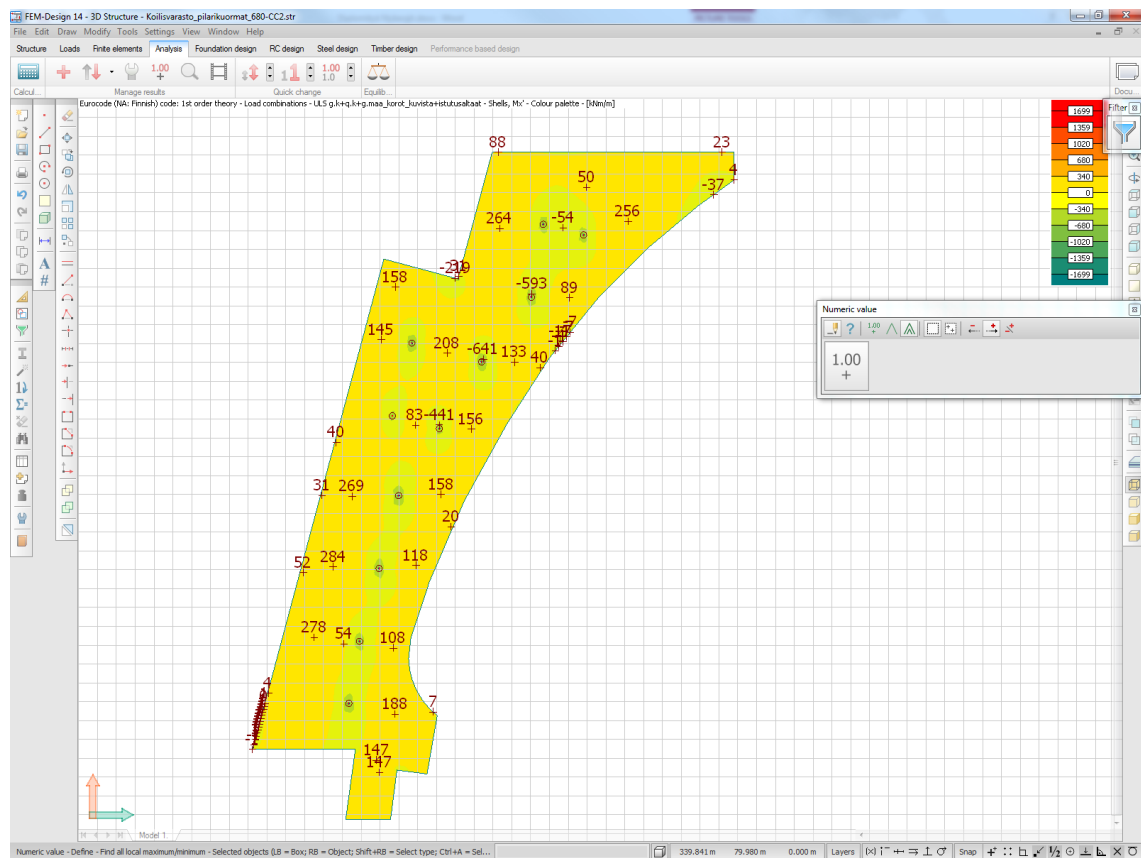


Kuva 22 Ohjelmalle määritetyt laskuoperaatiot.

Aluksi on tarkistettu että mallin toimintaa vastaa oletettua toimintaa. Tämä on tehty mallin muodonmuutoksia tarkistamalla. Muodonmuutokset esitetään Displacement-toiminolla. Muodonmuutokset vastaavat mallin oletettua toimintaa, laatta siirtyy vähiten pilareiden ja tukien päissä ja suurimmat muodonmuutokset löytyvät näiden välissä. Pilarit ovat nivelenä kiinni kansilaattaan eikä rakenteeseen kohdistu vaakakuormia, joten niiden ei pitäisi kerätä momenttia. FEM-mallin pilareissa ei ole momenttia, joten malli on todettu että malli vastaa sen oletettua toimintaa.

Kun laskelma on valmis, tulee käyttäjän määrittää, mitä arvoja ohjelman halutaan esittävän. Arvot saadaan näkyviin New results-toiminolla. Ohjelmalle määritetään, mikä kuormitustapaus tai kuormitusyhdistelmä sekä mikä kuorma tulee esittää. Rakennneosien mitoituskuormat on kerätty mallista, jotta niiden rauditus voidaan mitoittaa. Kuormien tuloksessa on mahdollisuus esittää rakennneosien maksimi- ja minimikuormitukset. Rakennneosien mitoituskuormat on valittu tämän toiminnon avulla. Kaikki pilarit ja anturat on mitoitettu eniten kuormitetun rakenneosan kuormalla ja koolla. Kansilaatan mitoitusmomentti on kerätty EC2 kohdan 5.3.2.2 (2) mukaan, joka sallii käyttävän mitoitusmomenttina tuella, tuen reunalla vallitsevaa arvoa. Pilareiden mitoituskuormat tarvitaan normaalivoima. Pilareiden normaalivoima saadaan ohjelman tuloksesta. Koska tässä laskelmassa pilarit on tuettu pistetuilla, saadaan se myös tukien resultantit tarkistamalla. Pilareille on lisävarmuutena valittu mitoitusmomentti, joka vastaa kuorman 50 mm epäkeskeisesti kuormitetun pilarin momenttia. Laatan mitoituskuormat

tarvitaan siihen tuleva momentti ja leikkausvoima. Anturan normaalivoima on sama, kun pilareiden normaalivoima.



Kuva 23 Esimerkki laatan momentti tulosteesta.

Rakenteiden kuormat:

Pilari: $N_{Ed}=3600$ kN $M_{Ed}=180$ kN

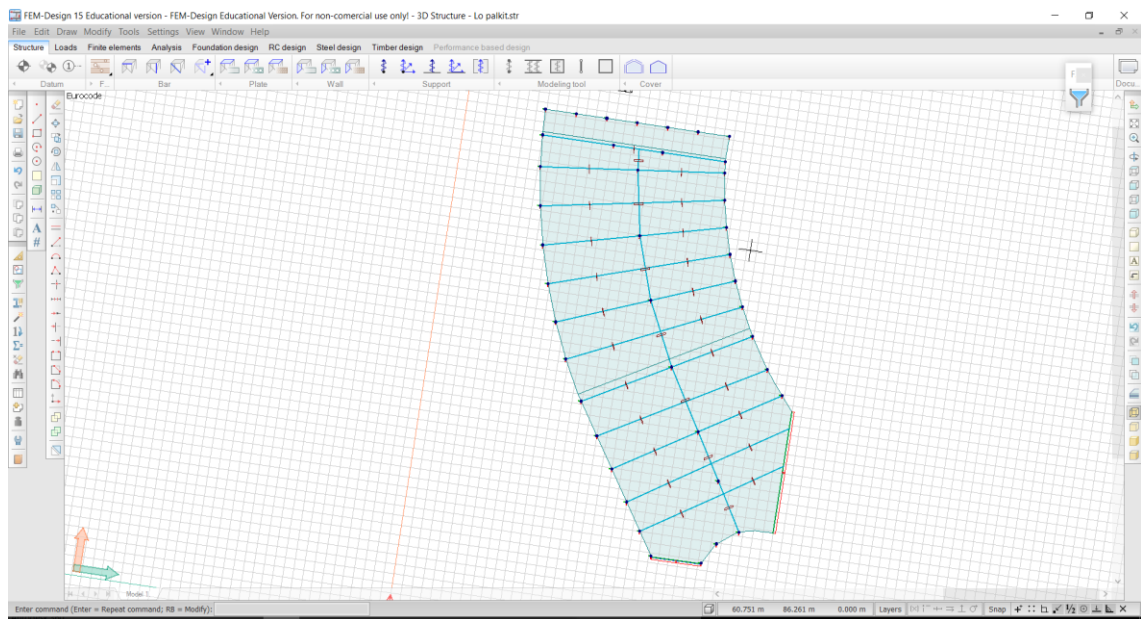
Kansilaatta: MED tuilla-650 kNm/m ja kentällä 270 kN/m

Antura: $N_{Ed}= 3600$ kN

5.2.2 Logistiikkakeskus

Mitoituskohteen ja sen rakenteiden mitoitus on kokonaisuutena tehty samalla tavalla kuin varaston mitoituksessa. Rakennekohde poikkeaa kuitenkin edellisestä kohteesta. Tässä luvussa on pyritty keskittymään kohteiden mitoituksen eroavaisuuksiin, tarkemmat tiedot kuormien selvityksestä löytyvät luvusta 5.3.1.

Mitoitettavana rakenneosana on logistiikkakeskuksen päässä oleva kolmeaukkoinen palkki. Palkki on osa pilareiden kantavaa palkistoa, joka kantaa kansilaatan. FEM-malliin on mallinnettu kansilaatta ja palkisto, palkistoa kantavat pilarit ovat korvattu pistetuilla. Vaikka mitoittettava palkki on ainoastaan pieni osa koko rakenteesta, on kuitenkin suurin osa palkistosta ja kansilaatasta mallinnettu. Tämä helpottaa kuormien reitityksen selvittämistä eikä palkin kuormitusaluetta tarvitse erikseen tutkia.



Kuva 24 Mallinnettu palkisto ja kansilaatta.

Rakenteiden dimensiot ja materiaali ovat

Kansilaatta: h 550 mm C35/45

Palkki: 1400 mm x 1800 mm C35/45

Mitoituskuormat

$M_{Ed} = 5715 \text{ kNm}$ ja -5200 kNm

$V_{Ed} = 2910 \text{ kN}$

5.3 Raudoitusten mitoitus

5.3.1 Palkin Taivutusraudoitus

Palkin mitoituskuormat murtorajatilassa ovat

$$M_{Ed} = 5715 \text{ kNm ja } -5200 \text{ kNm}$$

Palkin geometria on

$$\text{leveys} \quad b := 1400 \text{ mm} \quad (106)$$

$$\text{korkeus} \quad h := 1800 \text{ mm} \quad (107)$$

Palkin tehollinen korkeus on estimoitu 90 % palkin korkeudesta $d := 0.9h$.

Materiaalitiedot ovat

$$\text{betoni C35/45, joten } f_{ck} := 35 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad (108)$$

$$\text{betonin mitoituslujuus } f_{cd} := \frac{f_{ck}}{1.5} = 23 \cdot \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad (109)$$

$$\text{betonin vetolujuus } f_{ctm} := 3.2 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad (110)$$

$$\text{teräksen lujuus } f_{yk} := 500 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad (111)$$

$$\text{teräksen mitoituslujuus } f_{yd} := \frac{f_{yk}}{1.15} = 435 \cdot \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad (112)$$

$$\text{Palkin suhteellinen momentti on } \mu_d := \frac{M_{Ed}}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = 0.067 \quad (113)$$

Varmistetaan, että ehto $\mu_{bd} \leq \mu$ täyttyy, missä μ luetaan luvun 4.3.1 taulukosta Taulukko 1

$\mu=0.367$ joten ehto täyttyy.

Lasketaan suhteellinen korkeus

$$\beta := 1 - \left(1 - 2\mu_d\right)^2 = 0.069 \quad (114)$$

Sisäinen momenttivarsi on

$$z := d \cdot \left(1 - \frac{\beta}{2}\right) = 1564 \cdot \text{mm} \quad (115)$$

Näin tarvittava raudoitusmääräksi saadaan

$$A_{\text{stot}} := \frac{M_{\text{Ed}}}{z \cdot f_{\text{yd}}} = 8404 \cdot \text{mm}^2 \quad (116)$$

Tarkastetaan minimiraudoitusmäärä

$$A_{\text{smin1}} := 0.26 b \cdot d \cdot \frac{f_{\text{ctm}}}{f_{\text{yk}}} = 3420 \cdot \text{mm}^2 \quad (117)$$

$$A_{\text{smin2}} := 0.0013 b \cdot d = 2948 \cdot \text{mm}^2 \quad (118)$$

Minimiraudoitusmäärä on pienempi kuin tarvittava taivutusraudoitus, joten mitoittava raudoitusmäärä on

$$A_s = 8.404 \cdot 10^3 \text{mm}^2 \quad (119)$$

Palkin taivutus tuen kohdalla on -5200 kNm.

Teräsmäärä on laskettu samalla tavalla, kun taivutusraudoitus paitsi toisella mitoitusmomentilla, joten teräsmääräksi on saatu

$$A_{\text{stot}} := \frac{M_{\text{Ed}}}{z \cdot f_{\text{yd}}} = 7.621 \times 10^3 \cdot \text{mm}^2 \quad (120)$$

5.3.2 Palkin leikkausraudoitus

Leikkausarvon mitoitusarvo

$$V_{Ed} := 2910 \text{ kN}$$

Teräksen ja betonin laatu on sama kuin taivutusraudoituksen mitoituksessa. Hakaraudoituksen kulma on valittu $\alpha := 90 \cdot \text{deg}$ ja leikkaushalkeaman kulmaksi $\theta = 22.5^\circ$

Leikkausraudoitus koostuu haoista ja hakaväleistä. Koska palkki on kovasti leikkauskuormitettu, on maksimikohdan leikkausraudoitukseen valittu 3 T16 haat. Näin yhden hakanipun teräspoikkileikkaukseksi on saatu

$$A_{sw} := 603 \cdot \text{mm}^2 \quad (121)$$

sisäinen momenttivarsi on

$$z := 0.9 \cdot d = \cdot \text{mm} \quad (122)$$

vähennyskerroin v

$$v := 0.6 \cdot \left[1 - \left(\frac{f_{ck}}{250 \cdot \text{MPa}} \right) \right] = 0.516 \quad (123)$$

Tarvittava hakaväli on

$$s_w := \frac{A_{sw}}{V_{Ed}} \cdot z \cdot f_{yd} \cdot (\cot(\theta) + \cot(\alpha)) \cdot \sin(\alpha) = \cdot \text{mm} \quad (124)$$

Hakaväliksi on valittu

$$s_{ww} := 100 \text{ mm} \quad (125)$$

Uuman puristuskestävyys on

$$V_{Rdmax} := v \cdot f_{cd} \cdot b \cdot z \cdot \frac{\cot(\theta) + \cot(\alpha)}{1 + \cot(\theta)^2} = 12288 \cdot \text{kN} \quad (126)$$

Ehto $V_{Rd,max} \geq V_{Ed}$ täyttyy, joten varmistetaan että hakaraudoituksen minimiehdot täyttyvät.

$$s_{\min} := \frac{A_{sw}}{0.08 \cdot b \cdot \sin(\alpha)} \cdot \frac{\frac{f_{yk}}{\text{MPa}}}{\sqrt{\frac{f_{ck}}{\text{MPa}}}} = 455 \cdot \text{mm} \quad (127)$$

Suurin sallittu hakaväli

$$s_{\max} := 0.75 \cdot d \cdot (1 + \cot(\alpha)) = 1215 \text{ mm} \quad (128)$$

Molemmat ehdot täyttyvät, joten leikkausraudoitukseksi on valittu 3T16 k100 mm.

5.3.3 Laatan taivutusraudoitus

Laatan paksuus ja materiaalitiedot ovat:

Korkeus $h := 550 \text{ mm}$

Palkin tehollinen korkeus on estimoitu 90 % palkin korkeudesta $d := 0.9h$.

Materiaalitiedot ovat

$$\text{betoni C35/45, joten } f_{ck} := 35 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad (129)$$

$$\text{betonin mitoituslujuus } f_{cd} := \frac{f_{ck}}{1.5} = 23 \cdot \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad (130)$$

$$\text{betonin vetolujuus } f_{ctm} := 3.2 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad (131)$$

$$\text{teräksen lujuus } f_{yk} := 500 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad (132)$$

$$\text{teräksen mitoituslujuus } f_{yd} := \frac{f_{yk}}{1.15} = 435 \cdot \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad (133)$$

laatan suhteellinen momentti

$$\mu_d := \frac{m_{Ed}}{\eta \cdot f_{cd} \cdot d^2} = 0.138 \quad (134)$$

Varmistetaan että ehto $\mu_{bd} \leq \mu$ täyttyy, missä μ luetaan luvun 4.3.1 taulukosta $\mu=0.367$ joten ehto täyttyy .

Mekaaninen raudoitussuhde korkeus on:

$$\omega := 1 - \left(1 - 2\mu_d\right)^{\frac{1}{2}} = 0.149 \quad (135)$$

Vetoraudoituksen pinta-ala on

$$A_s := \omega \cdot d \cdot \eta \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} = 3589 \cdot \frac{\text{mm}^2}{\text{m}} \quad (136)$$

Vähimmäisraudoitus on

$$A_{smin1} := 0.26 d \cdot \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} = 679 \cdot \frac{\text{mm}^2}{\text{m}} \quad (137)$$

Varmistetaan vähimmäisraudoitusala

$$A_s = \geq A_{s.min} \text{ Täyttyy}$$

Valitaan tankopaksuus 25mm ja lasketaan tankoväli k

$$k := \frac{491 \cdot \text{mm}^2}{A_s} = 136.811 \cdot \text{mm} \quad (138)$$

Tankoväliksi on valittu 100 mm

Varmistetaan maksimitankoväli

$$k \leq s_{max.slabs} \quad (139)$$

Missä maksimitankoväli on

$$s_{max.slab} = \min(2h, 250mm) \quad (140)$$

Valittu tankoväli on pienempi, kun maksimitankoväli, joten ehto täyttyy

Momentti toiseen suuntaan on samassa suuruusluokassa, joten sille on valittu sama rauditusmäärä. Raudoitukseksi on valittu T25 k 100 mm

5.3.4 Laatan lävistys

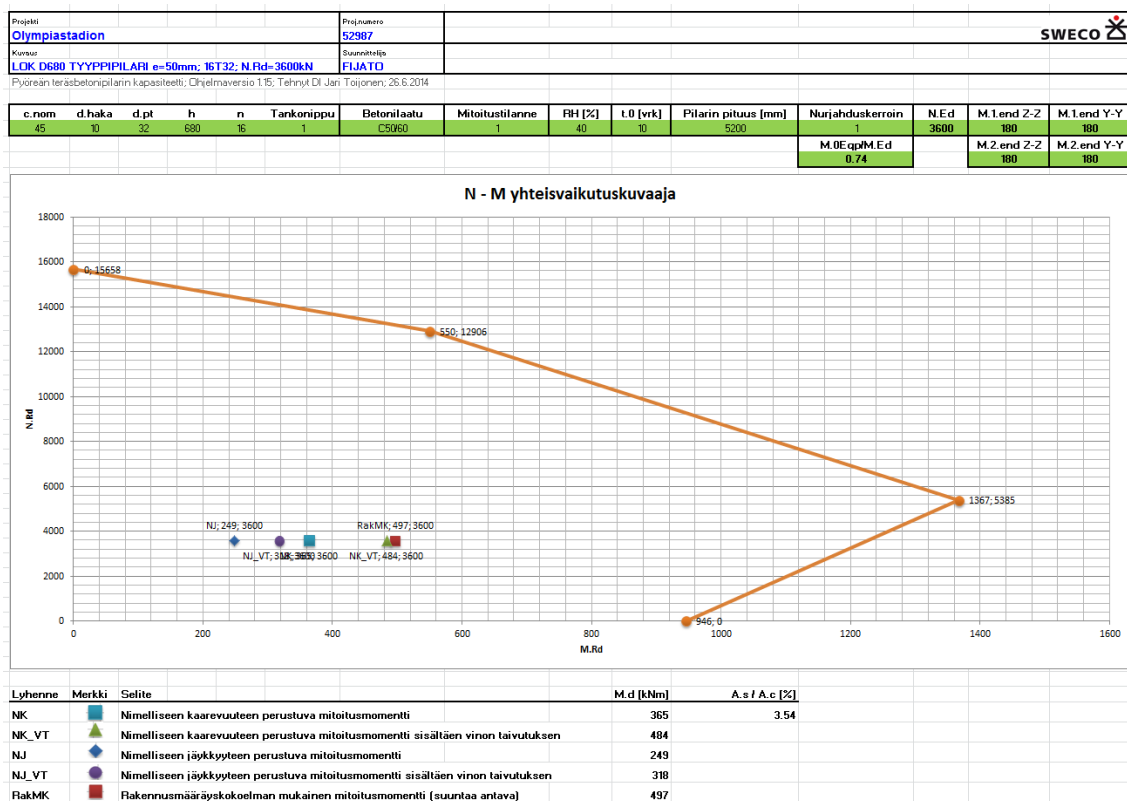
Pilarien normaalivoiman mitoitusarvo on 3600 kN. Pilarin pään halkaisija on 1540 mm. Laatan lävistystä on tässä laskelmassa tarkastettu Excel laskentapohjalla, laatta ei kestä raudoittamattomana, joten leikkaus raudoitukseksi on valittu 8 T16.

Mitoitustilanne:		Mitat:																																				
Tyyppi:	Pyöreä sisäpilari	Pilari	b = mm (Ei tarvita)																																			
	(Ei tarvita)		h = mm (Ei tarvita)																																			
			D = 1540 mm																																			
			x_{ry} = mm (Ei tarvita)																																			
			x_{rz} = mm (Ei tarvita)																																			
Materiaali:	Betoni	Laatta	t_s = 500 mm																																			
Lujuus:	C35/45		d_y = 457 mm																																			
Luokka:	1		d_z = 441 mm																																			
ρ_c =	2500 kg/m ³		$A_{s,y}$ = 3140 mm ² /m																																			
			$A_{s,z}$ = 3140 mm ² /m																																			
			$e_{y,0}$ = mm (Ei tarvita)																																			
			$e_{z,0}$ = mm (Ei tarvita)																																			
Kuormat:			$u_{vähennys}$ = 0 mm																																			
V_{Ed} =	3600 kN		$u_{eff,max}$ = mm																																			
$M_{Ed,y}$ =	0 kNm/m		u_{eff} = mm																																			
$M_{Ed,z}$ =	0 kNm/m																																					
p_{ULS} =	0 kN/m ²																																					
Tulokset:																																						
ρ =	0,699 %	Käyttöaste ilman leikkausraudoitusta																																				
$V_{Ed,eff}$ =	3600 kN	$\frac{V_{Ed,eff}}{V_{Rd,cs}} = 1,24$																																				
$V_{Rd,c}$ =	2902 kN	leikkausraudoitusta																																				
$V_{Rd,max}$ =	5804 kN																																					
Raudoite- tyyppi:	umpihaat	HUOM - Umpihaat ovat 2-leikkeisiä																																				
Teräskoko:	16 mm																																					
Kerros x_y :	0,4 * d (Ei käytetä)																																					
Kerros x_z :	0,4 * d (Ei käytetä)																																					
<table border="1"> <thead> <tr> <th>Etäisyys pilarin reunasta (mm)</th> <th>$u_{vähennys}$ (mm)</th> <th>$A_{sv,vaad}$ (mm²)</th> <th colspan="2">Halk (mm)</th> </tr> <tr> <th></th> <th></th> <th></th> <th colspan="2">16</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0,5d</td> <td>225</td> <td>0</td> <td>2281</td> <td>5,7 kpl</td> </tr> <tr> <td>1,25d</td> <td>561</td> <td>0</td> <td>-</td> <td>- kpl</td> </tr> <tr> <td>2d</td> <td>898</td> <td>0</td> <td>-</td> <td>- kpl</td> </tr> <tr> <td>2,75d</td> <td>1235</td> <td>0</td> <td>-</td> <td>- kpl</td> </tr> <tr> <td>3,5d</td> <td>1572</td> <td>0</td> <td>-</td> <td>- kpl</td> </tr> </tbody> </table>				Etäisyys pilarin reunasta (mm)	$u_{vähennys}$ (mm)	$A_{sv,vaad}$ (mm ²)	Halk (mm)					16		0,5d	225	0	2281	5,7 kpl	1,25d	561	0	-	- kpl	2d	898	0	-	- kpl	2,75d	1235	0	-	- kpl	3,5d	1572	0	-	- kpl
Etäisyys pilarin reunasta (mm)	$u_{vähennys}$ (mm)	$A_{sv,vaad}$ (mm ²)	Halk (mm)																																			
			16																																			
0,5d	225	0	2281	5,7 kpl																																		
1,25d	561	0	-	- kpl																																		
2d	898	0	-	- kpl																																		
2,75d	1235	0	-	- kpl																																		
3,5d	1572	0	-	- kpl																																		
Raudoitetun poikkileikkauksen kokonaiskestävyys																																						
$A_{s,tot}$ =	9651 mm ²	Käyttöaste raudoitettuna																																				
$V_{Rd,s}$ =	2895 kN	$\frac{V_{Ed,eff}}{V_{Rd,cs}} = 0,99$																																				
$V_{Rd,cs}$ =	3621 kN	Laatan lävistyskestävyys OK																																				

Kuva 25 Lävistysmitoituksessa käytetty laskentapohja.

5.3.5 Pilari

Pilarin mitoitusnormaalivoima on 3600 kN ja momentti 180 kNm. Pilarin raudoitus on mitoitettu Excel pohjaisella N-M yhteisvaikutuskuvaajalla. Raudoitukseksi on valittu 16 T16 pääraudoitukseksi. Pilarien kestävyys on alhainen, pilareihin saattaa tulla myöhemmässä vaiheessa muutoksia, joten niille on jätetty reilusti varmuutta.



Kuva 26 Palkkimitoituksessa käytetty laskentapohja.

5.3.6 Anturan lävistysmitoitus

Mitoituskuormana on pilarin normaalivoima

$$N_{Ed} := 3600 \text{ kN}$$

Anturan geometria on 1600mm*1600mm*1000mm ja pilarin halkaisija 680mm.

Anturan tehollinen korkeus h on

$$h := 920 \text{ mm} \quad (141)$$

Halkaisuvoima on

$$F_s := 0.25 \left(1 - \frac{c}{h} \right) \cdot N_{Ed} = 235 \text{ kN} \quad (142)$$

Josta tarvittava rauditusmäärä

$$A_s := \frac{F_s}{f_{yd}} = 516 \text{ mm}^2 \quad (143)$$

6 Yhteenveto

Tämän diplomityön tavoitteena oli selvittää miten FEM-laskentasovellukset sopivat rakennesuunnittelun raudoituksen mitoitukseen. Diplomityön alussa tutustuttiin elementtimenetelmään, missä elementtimenetelmän perusyhtälöt ja elementit on johdettu. Tämän jälkeen tutustuttiin FEM-laskentasovellusten käyttöön, mallintamisen perusteisiin ja miten tuloksiin päästään. Diplomityössä on selvitetty betonirakenteiden raudoitusta, perusrakenteiden raudoitusta on avattu ja annettu ohjeet rakenneosien raudoitukseen. Diplomityön esimerkkilaskentaan luotiin tähän soveltuva esimerkkikohde. Esimerkkilaskelmassa rakenneosien rasitukset on selvitetty FEM-laskelmaohjelmistolla ja raudoitus on mitoitettu rasitusten perusteella.

Elementtimenetelmä on numeerinen menetelmä, joka perustuu rakenteen jakamiseen elementteihin ja jossa elementtien suhde toisiinsa määritetään yksinkertaisilla yhtälöillä. Mitä pienemmät elementit, sitä tarkemmat ratkaisut saadaan. Samalla kun elementtikoon pieneneminen tarkoittaa ratkaisua se myös kasvattaa yhtälöryhmän yhtälöiden määrää. Yhtälöiden määrä on usein niin suuri, että ratkaisun löytäminen käsin laskennalla on käytännössä mahdotonta, joten apuna on käytettävä tietokoneohjelmia. FEM-laskentaohjelmasta saadut arvot ovat ainoastaan yhtä tarkkoja kuin FEM-malli. FEM-ohjelmien käyttö vaatii käyttäjältä perusymmärryksen elementtimenetelmästä ja rakennemallin muodostamisen taidon. Elementtityyppejä on erilaisia, erona on solmupisteiden siirtymävapausasteet. Käyttäjän on ymmärrettävä elementtien käyttäytyminen, jotta malli muistuttaisi todellisuutta mahdollisimman paljon. Ohjelmilla on työkaluja mallintamiseen ja laskemiseen ja niiden käyttö ja osaaminen ovat osa FEM-laskentaa. Ison rakenteen mallintaminen on työlästä ja lisää laskennan vaatimaa prosessointia. Rakenne voidaan usein pilkkoa osiin ja symmetrisyyksiä voidaan hyödyntää laskennan helpottamiseksi, kunhan käyttäjä on varma siitä, että redusoitu malli vastaa mitoitettavaa rakennetta. Mitoitus on iteratiivinen prosessi ja yksi malli on harvoin riittävä, tämäkin on yksi syy, miksi malli kannattaa redusoida laskennan nopeuttamiseksi.

FEM-laskenta antaa arvot rakenneosien rasituksille. Rakenneosien rasitusten mukaan mitoitetaan raudoitus. Raudoituksen mitoitus tehdään Eurokoodien mukaan. Eurokoodien mukaan rakennus on raudoitettava rakenneosittain. Rakenneosien perusyhtälön tarkoitus on varmistaa, että sen kestävyys on suurempi kuin siihen tuleva kuormitus. Rakenneosille

löytyy ohjeita sen kestävyys laskemiseksi, eli laskijan tehtävä on löytää raudoitusmäärä, missä rakenneosan kestävyys on suurempi kuin siihen tuleva rasitus.

Esimerkkilaskelmassa on esitetty, miltä tyypillinen mitoitus tehtävä näyttää FEM-laskentasovellusta hyödyntäen. Tarvittavat tiedot kohteesta on kerätty laskennan alussa. Tietojen perusteella on muodostettu FEM-malli. Mallissa ainoastaan mitoitettavat rakenteet on mallinnettu. Rakenneosiin tuleva rasitus on tarkistettu ja kerätty mallista talteen. Rakenneosien mitoitus on usein aikaa vievää, joten apuna on käytetty valmiita laskentapohjia raudoituksen mitoittamisen helpottamiseksi.

Diplomityössä on ainoastaan otettu kantaa teräsbetonirakenteiden raudoituksen mitoittamiseen. Raudoitus on pelkästään osa rakenteen mitoitusta, rakenneosien geometria ja koko rakenteen rakennemalli on yhtä tärkeätä selvittää suunnitteluvaiheessa. Tämän vuoksi diplomityön jatkotutkimuksissa tulisi pyrkiä selvittämään, miten FEM-ohjelmaa voisi käyttää työkaluna suunnittelun alkuvaiheissa. Useimmat FEM-ohjelmat tarjoavat sisäänrakennettuja työkaluja automaattisen raudoituksen mitoittamiseen. Työkalut ovat osa FEM-ohjelmaa ja antavat mahdollisuuden mitoitusprosessin yksinkertaistamiseen. Raudoitustyökalujen käyttö on tästä diplomityöstä rajattu pois, mutta se ei tarkoita, että ne eivät olisi osa suunnittelutaitoja ja ovat sen vuoksi osa diplomityön jatkotutkimusta.

7 Lähteet

Cook, R., Malkus, D., Plesha, M., Witt, R. (2002). Concepts and applications of finite element analysis 4th edition, United States: Publication Services, Inc.

Dlubal Engineering Software. (2013). Program RFEM 5 – Program Description. Tiefenbach.

Strusoft AB. (2015). FEM-Design Applied Theory and Design.

Friedel Hartman, Casimir Katz. (2007). Structural analysis with finite elements. Springer-Verlag Berlin Heidelberg.

Fagan, M. J. (1992). Finite Element Analysis, New York: United States John Wiley & Sons, Inc., 605 Third avenue.

Cook R. (1995). Finite Element Modeling for Stress Analysis. United states John wiley & Sons, Inc.

Dahlgren A., Svensson L. (2013) Diplomityö, Chalmers University Of Technology Guidelines and Rules for Detailing of Reinforcement in Concrete Structures

Nykyri, P. (2015). Betonirakenteiden suunnittelun oppikirja – osa 1 2015. BY211. Helsinki: Suomen Betoniyhdistys ry.

Nykyri, P. (2015). Betonirakenteiden suunnittelun oppikirja – osa 2 2015. BY211. Helsinki: Suomen Betoniyhdistys ry.

Rombach, G. A. (2004). Finite element desing of concrete stuctures. Lontoo: Thomas Tel-ford Publishing

Suomen Betoniyhdistys ry. (2009) Suunnitteluohje EC 2 osat 1-1 ja 1-2/ by 60. 2009. Helsinki: Suomen Betoniyhdistys ry.

SFS-EN1992-1-1 (2015). Eurokoodi 2: Betonirakenteiden suunnittelu. Osa 1-1: Yleiset säännöt ja rakennuksia koskevat säännöt. Suomen Standardisoimisliitto SFS, Helsinki. Si-sältää korjaukset A1+AC Liitteet